

УДК 624.21.095:539.3

DOI: 10.15587/1729-4061.2022.251189

Визначення впливу армування цементобетонного покриття мостів на напружено-деформований стан конструкцій

І. П. Гамеляк, А. М. Дмитриченко, В. М. Цибульський, А. М. Харченко

Виконано дослідження цементобетонного покриття на мостах з використанням FRP-арматури. Це дозволило розробити оптимальні конструкції шляхом підбору висоти розміщення арматури в шарах дорожнього одягу для забезпечення міцностних характеристик.

Розроблено інженерний метод розрахунку жорсткого дорожнього одягу з композитною арматурою, який дозволяє врахувати його роботу як у спільному пакеті конструкції з плитою, так і окремо – при його відшаруванні від плити прогонової будови мосту. В основу дослідження були покладені методи визначення зусиль, розрахункові залежності теорії згину шаруватих конструкцій та залежності теорії пружності для оцінки міцності матеріалів дорожнього одягу. За рахунок врахування деформацій зсуву при проектуванні плит встановлено, що прогини за розробленим методом у 1,4 рази більші ніж за класичним підходом.

Виконано апробацію методу за рахунок числового експерименту, який підтвердив необхідність використання композитного армування у верхніх шарах дорожнього покриття на мостах, що підвищує його довговічність в 1,2 рази. Отримані результати числового експерименту вказують, що еквівалентні напруження в нижніх шарах дорожнього одягу з вільним переміщенням складали 2,91 МПа, а при роботі у спільному пакеті з плитою – мали від'ємне значення (–0,2 МПа).

Застосування розробленого методу розрахунку на практиці дозволяє визначити уточнені нормальні напруження в шарах дорожнього одягу з урахуванням особливостей роботи конструкції. Завдяки цьому відкриваються додаткові можливості для розрахунку дорожнього одягу мостів, що запроєктовані з використанням найбільш розповсюджених в мостовій галузі типів прогонових будов.

Ключові слова: цементобетонне покриття, дорожній одяг, шаруваті конструкції, композитні матеріали, напружено-деформований стан.

1. Вступ

Пріоритетним напрямком розвитку дорожньо-будівельної галузі в Європі є розбудова мережі автомагістралей та швидкісного сполучення між головними міськими центрами. Для вирішення цієї проблеми використовуються більш надійні та економічно-вигідні, з точки зору витрат життєвого циклу, елементи дорожніх конструкцій, якими є жорсткі покриття [1].

Бетонні дороги вимагають мінімальні витрати на експлуатаційне утримання, мають підвищену зносостійкість, довший термін служби, здатні витримувати більші навантаження. Покриття автодорожніх мостів повинні поглинати транспортні навантаження, переносити їх на опорні конструкції, залишатися

стійкими до деформацій, а також забезпечувати зчипні якості для транспортних засобів. Як правило, жорсткий дорожній одяг проектується без врахування роботи плити проїзної частини. Це призводить до перенапруження дорожнього одягу на стадії його експлуатації, внаслідок чого відбуваються руйнування самого покриття. Крім того, воно повинно захищати конструкцію мосту від проникнення води та протиожеледних засобів, які сприяють корозії арматури.

Корозійні процеси сталеві арматури призводять до втрати об'єму її робочої частини та є основною причиною деградації залізобетонних плит проїзної частини мостів. Одним з підходів для вирішення даної проблеми є використання композитної FRP-арматури (Fiber Reinforced Plastic Bar) для підсилення бетонних конструкцій та дорожнього одягу мостів. Використання композитної арматури дозволяє покращити структурні властивості та збільшити довговічність бетонних елементів мостів. Проте, дане армування за своїми фізико-механічними характеристиками відрізняється від металевого та потребує удосконалення методів розрахунку дорожнього покриття мостів з урахуванням додаткових теоретичних та експериментальних досліджень.

Таким чином, актуальність досліджень за цим напрямком полягає в необхідності аналізу впливу армування цементобетонного покриття мостів композитними матеріалами на напружено-деформований стан конструкції.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В праці [2] було досліджено роботу плит прогонових будов мостів з застосуванням склополімерної арматури (GFRP) при статичному та втомному навантаженні. Також було вивчено поведінку плит проїзної частини мосту, зміцнених скло- та вуглецево-стержневими решітками, на сталевих прогонових будовах. В результаті дослідження [2] зроблено висновок, що основною структурною дією в плитах, які протистоять концентрованим навантаженням колеса, є не згинання, як традиційно вважається, а складний внутрішній напружений стан, пов'язаний із деформаціями зсуву. Оцінку втоми бетонних плит мостів, армованих композитною GFRP-арматурою, виконано в роботах [3–5], де автори проаналізували зміну жорсткості мостових плит з даним армуванням. Зокрема, в роботі [4] було визначено, що жорсткість плит залежить від впливу температурних умов, а дослідники [5] встановили, що втомні властивості бетонної плити мосту з вуглепластиковим армуванням (CFRP) не погіршуються при багаторазових транспортних навантаженнях. Позитивним результатом дослідження було встановлення відносно низької швидкості деградації плит з GFRP-арматурою у порівнянні з металевією. В результаті дослідження [6] було доведено, що FRP-арматура є кращою альтернативою для армування бетонних конструктивних елементів мостів. Узагальнюючи дослідження [2–6], слід зазначити, що в них не достатньо обґрунтована залежність розподілу напружень в плитах проїзної частини мосту з використанням даного виду армування.

Авторами наукової праці [7] виконано теоретичне дослідження плит, армованих композитними матеріалами, методом скінчених елементів та запропоновано використовувати коефіцієнт FRP-армування 0,3 % на м² у верхньому та нижньому шарах плити проїзної частини мостів. Також становлено, що несна

спроможність при граничному навантаженні мостових плит проїзної частини мостів у сім разів більша ніж робоче навантаження. Проте, результати дослідження [7] не містять чіткого алгоритму визначення впливу коефіцієнту армування на несну здатність конструкції.

Прикладне дослідження показників роботи FRP-арматури [8] показало, що прогини мостових плит не перевищують гранично допустимі згідно канадського стандарту (CSA 2000).

При дослідженні жорсткості цементобетонного покриття автором [9] було встановлено, що при використанні додаткового армування стержнями GFRP, можна зменшити товщину цементобетонного покриття при збереженні проектної міцності. Але в [8, 9] не було визначено, як впливає зменшення товщини цементобетонного покриття на міцність конструкції при циклічному навантаженні.

Згинальні характеристики мостових плит, посилені сітками FRP, виготовлених зі скляних, вуглецевих та гібридних волокон, вивчали в [10]. В даному дослідженні було встановлено, що прогини і ширина розкриття тріщин були більші при даному армуванні оскільки FRP-сітки мають нижчий модуль пружності ніж у сталевих. Проте, авторами не розглянуто варіанти комбінованого використання різних матеріалів армування в нижніх та верхніх шарах конструкції.

В роботі [11] досліджено роботу базальтової арматури (BFRP) в напруженому і ненапруженому станах при дії імітованих агресивних середовищ при 25, 40 та 55 °C. Було встановлено, що механізм деградації конструкцій, посилені BFRP-арматурою, прискорюється при напруженні понад 20 % від граничного. В роботі [12] вивчено напружено-деформований стан балок армованих BFRP-арматурою.

Дослідження [13] присвячені питанням впливу конструктивних чинників на характер зміни закономірностей несної здатності, тріщиностійкості та деформацій бетонних конструкцій з використанням BFRP. Слід зазначити, що в наукових працях [2, 11–13] не запропоновано алгоритми визначення компонентів напружено-деформованого стану конструкцій, армованих композитними матеріалами.

Аналіз приведених досліджень [2–13] свідчить про високий науковий інтерес до даної проблематики. Проте, слід зазначити, що науковцями недостатньо вивчено вплив FRP-армування цементобетонного покриття мостів на напружено-деформований стан конструкції в цілому.

3. Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є визначення впливу армування цементобетонного покриття мостів на напружено-деформований стан конструкцій шляхом розробки інженерного методу розрахунку жорсткого дорожнього одягу з композитною арматурою з врахуванням прогонової будови мосту.

Досягнення поставленої мети потребує вирішення наступних задач дослідження:

- визначити проблеми забезпечення довговічності покриттів автодорожніх мостів;

- дослідити практичного застосування композитних матеріалів у якості армування дорожнього покриття на мостах;

– розробити метод визначення компонентів напружено-деформованого стану системи «дорожній одяг – плита» з врахуванням особливостей роботи композитних матеріалів;

– визначити компоненти напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу мостів за запропонованим методом.

4. Матеріали та методи дослідження

Об'єктом дослідження є процеси розподілу напружень в шарах дорожнього одягу з композитною арматурою з врахуванням прогонової будови мосту.

Розрахунок шаруватих композитних конструкцій виконується за уточненими моделями, які враховують вплив деформацій поперечного зсуву. Основною гіпотезою дослідження є те, що для створення ефективного підходу до визначення напруженого стану конструктивних елементів дорожнього одягу як шаруватої системи необхідно застосовувати раціональне поєднання методів розрахунку багатошарових та одношарових конструкцій. Такий підхід дає можливість розв'язання практичних задач по дослідженню напружено-деформованого стану неоднорідних конструкцій з різною жорсткістю та несною здатністю. Визначення уточнених напружень в шарах плит проїзної частини прогонової будови мосту виконується із застосуванням теорії згину шаруватих конструкцій з врахування поперечних нормальних напружень від обтиснення. Таким чином, основним припущенням при дослідженні напружено-деформованого стану плити є необхідність вивчати її як конструкцію, яка складається з ізотропних шарів різної жорсткості по товщині. Це дає можливість розглянути роботу всіх шарів з різними товщинами та фізико-механічними характеристиками. Метод розрахунку конструкції жорсткого дорожнього одягу базується на розрахункових залежностях теорії згину шаруватих конструкцій (балок, плит). Оцінка міцності матеріалів конструкцій виконується за залежностями теорії пружності [14], що дає можливість врахувати особливості характеристик матеріалів. Розглядаючи тримірний характер напружено-деформованого стану конструкції, запропонований метод дозволяє спростити задачу розрахунку до двовимірної моделі, так як шукані функції є функціями координатної поверхні. Достовірність розв'язків за даними методами підтверджена порівнянням із змодельованою мостовою конструкцією у програмному комплексі ANSYS.

5. Результати дослідження впливу армування на напружено-деформований стан конструкції дорожнього одягу мостів

5.1. Визначення проблеми забезпечення довговічності покриттів автодорожніх мостів

Проблема довговічності дорожніх покриттів мостів є доволі складною, багатопараметричною задачею, на яку впливають різного роду фактори, зокрема, це вибір технології, матеріалу шарів, експлуатаційні, природно-кліматичних фактори тощо. При використанні армованого цементобетону у якості покриття, який за своїми властивостями є більш довговічним ніж асфальтобетон, виникає особлива проблема – корозійні процеси в металевій арматурі. Зокрема, наприклад, проведене масштабне дослідження мостів у США показало, що приблизно

15 % із 583 000 досліджених мостів мали руйнування, спричинені корозією металеві арматури (рис. 1) [15].

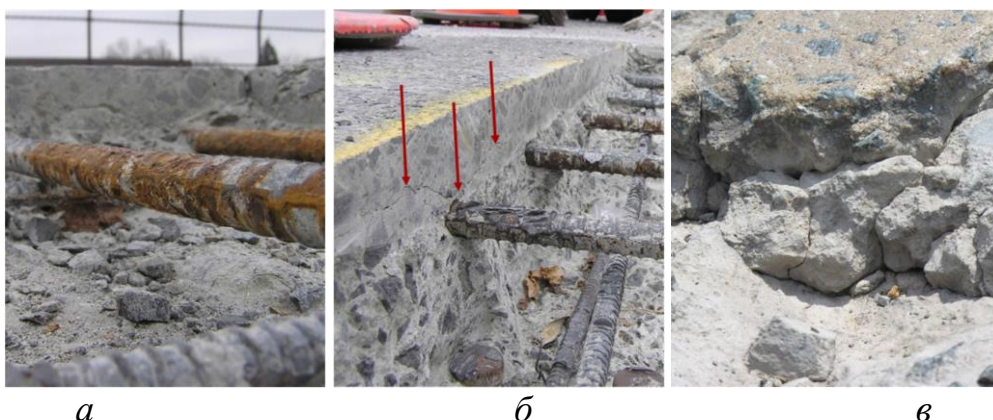


Рис. 1. Типові пошкодження жорсткого дорожнього покриття мосту внаслідок: *a* – корозії арматури; *б* – структурних тріщин; *в* – відшарування верхнього шару [15]

Також були відмічені негативні наслідки руйнувань, які пов'язані з втраченою об'ємом робочої частини арматури, незадовільним станом компенсаційних швів на опорах, низькою стійкістю бетону на згинальні навантаження. Структурні тріщини в цементобетонному покритті, які, як правило, виникають через надмірне навантаження, призводять до перенапруження конструкції в цілому. Неструктурні тріщини зазвичай є наслідком внутрішніх перенапружень в бетонних конструкціях під дією лінійного розширення матеріалів та теплових навантажень. В результаті через утворені тріщини відбувається проникнення води, хлоридів, солі, утворюється несприятливе лужне середовище, що призводить до корозії арматури.

Згідно досліджень [16] визначено, що біля 10 % від об'єму арматури може припадати на продукти корозії. Це створює внутрішній тиск в конструкції та призводить до різного роду руйнувань покриття (розтріскувань, відшарування, сітки тріщин тощо). Такі пошкодження у свою чергу можуть мати серйозний вплив на працездатність конструктивних елементів мостів та знижувати довговічність будов.

За результатами візуального, інструментального та тепловізійного обстеження мостів, проведеними в Україні [17], було визначено ряд проблем цементобетонних покриттів, що впливають на довговічність конструкцій. Зокрема, до них слід віднести:

- руйнування плит мостів в результаті відшарування захисного шару металеві арматури (рис. 2);
- корозія металеві арматури внаслідок розкриття тріщин;
- нерівномірні осідання земляного полотна на підходах;
- незадовільний стан деформаційних швів (рис. 3).

Електрохімічна корозія сталі є основною причиною погіршення інженерної інфраструктури. Це стає головною проблемою для будівельної галузі у всьому світі. Кліматичні умови та використання великої кількості солей у якості про-

тиожеледного заходу в зимові місяці можуть сприяти прискоренню процесу корозії. Це, зазвичай, потребує значних фінансових витрат на відновлення, оскільки, може призвести до катастрофічного руйнування бетонних конструкцій. Ефективним вирішенням цієї проблеми є використання корозійно-стійких матеріалів, таких як високопродуктивні волокнисті полімерні композити (FRP). Застосування неметалевої композитної арматури за останні 10 років визначило цю технологію як передову в якості механізму подолання проблем у цементобетонних конструкціях, спричинених корозією сталевих арматур.



Рис. 2. Вигляд руйнування плит мостів внаслідок відшаровування захисного шару від металевих арматур: *а* – загальний вигляд тріщин; *б* – тепловізійне дослідження руйнування

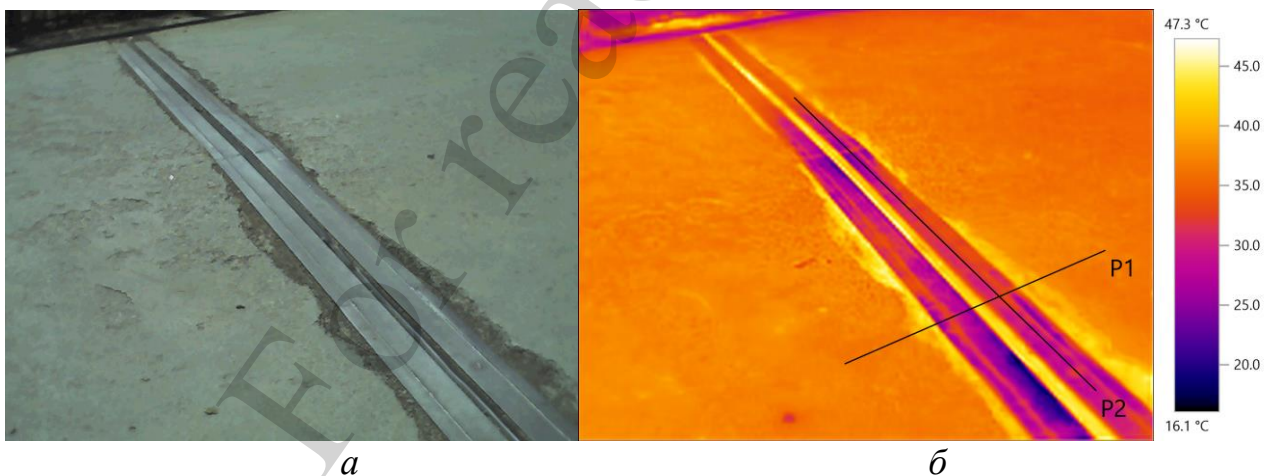


Рис. 3. Вигляд деформаційних швів на мостах: *а* – загальний вигляд руйнування; *б* – тепловізійне дослідження

Сфера застосування FRP-арматури в будівництві в країнах, що розвиваються досить обмежена нормативно-технічною документацією (яка практично відсутня) та низьким рівнем фінансування програми з відновлення мостів [2–5].

Порівняння фізико-механічних характеристик FRP-арматури із характеристиками металевої арматури, яка застосовується в транспортному будівництві, наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Порівняння характеристик неметалевої композитної арматури та металевої арматури

Характеристики	Склопластикова арматура (GFRP)	Базальтопластикова арматура (BFRP)	Металева арматура (A400C)
Сировина	Ровінг скляний, смола епоксидна	Ровінг базальтовий, смола епоксидна	Метал
Міцність при розтягу, МПа	600–1200	700–1300	390
Видовження, %	2,2	2,2	25
Пружність, МПа	45 000	60 000	200 000
Коефіцієнт лінійного розширення, $\alpha \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	9–12	9–12	13–15
Щільність, т/м ³	1,9	1,9	7,85
Діаметри, мм	4–20	4–20	6–80
Корозійна стійкість до агресивних середовищ	Нержавіючий матеріал першої групи хімічної стійкості	Нержавіючий матеріал першої групи хімічної стійкості	Руйнується з виділенням продуктів корозії
Теплопровідність	Теплопровідна	Теплопровідна	Нетеплопровідна
Електропровідність	Діалектик	Діалектик	Електропровідна
Довговічність	Не менше 80 років	Не менше 80 років	По будівельним нормам

Поряд з основною, важливою для транспортної інфраструктури характеристикою – абсолютною корозійною стійкістю, FRP-арматура має низку інших переваг. Проте, недоліком базальтопластикової арматури (BFRP) є наявність характеристик, які унеможливають її застосування для згинаючих несних елементів транспортних споруд. До них слід віднести модуль пружності FRP-арматури, який є майже втричі нижчий за модуль пружності сталі, та недопустимо низька пожежостійкість матеріалу (табл. 1). Це призводить не тільки до надмірних прогинів, а і до різкого зменшення напружень в розрахунках за тріщиностійкістю.

На рис. 4 показано співвідношення напружень і деформацій різних видів композитів FRP, вироблених із суцільних волокон скла (GFRP), арамідю (AFRP), вуглецю (CFRP), базальту (BFRP) або комбінації цих матеріалів (CFRP HS, CFRP HM), у порівнянні зі сталлю. Діаграма “напруження σ -деформації ε ” (рис. 4) [18] свідчить про крихке руйнування конструкції, армованої BFRP при значному навантаженні на неї. Споруда не сигналізує про входження в перший

граничний стан та різко обвалюється, що багаторазово підтверджувалось експериментально в різних дослідженнях. У цьому полягають основні перепони застосування FRP-арматури у згинаючих несних елементах.

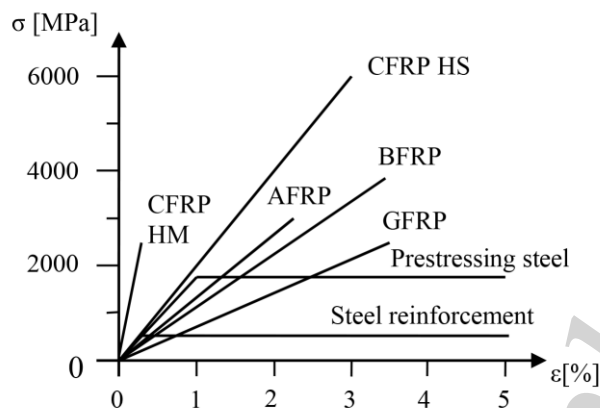


Рис. 4. Схеми “напруження σ -деформації ϵ ” для стержнів різних типів арматури [18]

Наведений порівняльний аналіз дає підстави стверджувати що, через низькі фізико-механічні характеристики базальтопластикової арматури – модуля пружності та пожежостійкості, вона не може застосовуватись в конструкціях класу наслідків СС2. Причиною відхилення цієї арматури є те, що такі конструкції працюють в умовах динамічних повторних (циклічних) навантажень та впливу можливої пожежі.

Проте, є очевидною принципова можливість застосування базальтопластикової арматури для широкого класу несних конструкцій класу наслідків СС1, таких як плити на пружній основі.

Тобто, властивості FRP-арматури тим кращі, чим вищий вміст волокна, яке зв’язується полімером. У той же час, надмірне використання волокна в стержнях призводить до зворотного ефекту через те, що полімерне в’язуче не може розповсюдитись на всі волокна і вони не починають працюють сумісно. Вплив даного виду армування на напружено-деформований стан конструкції мостів потребує додаткового дослідження.

5. 2. Дослідження практичного застосування композитних матеріалів у якості армування дорожнього покриття на мостах

FRP-армування було використано на сотнях мостів у Канаді та США. Ці мости були розроблені, використовуючи Канадський Код проектування автомобільних доріг (CAN) або AASHTO LRFD Bridge Design Guide [19].

Нижче наведено результати досліджень згідно проекту [20]. Міст «Sierrita dela Cruz Creek» (рис. 5), розташований в 25 милях на північний захід від Амарілло (штат Техас). Він був побудований в 2000 році для заміни оригінального мосту, який був структурно несправним, мав значні пошкодження, спричинені корозією сталевих арматури. Це перший міст в штаті Техас, який впровадив FRP-армування як конструктивне рішення підвищення довговічності споруди.

Даний міст працює за таких умов навколишнього середовища: тепловий діапазон від 22 до 95 °F (–6 до +35 °C), цикли «мокро – сухо», цикли «заморожування – відтаювання» та вплив солі проти обледеніння. FRP-армування було застосовано у верхній сітці арматури в двох прольотах бетонного полотна. Вилучення бетонних циліндричних зразків відбулося у травні 2015 року з метою аналізу фізико-механічних властивостей арматури (табл. 2).

Таблиця 2

Складові FRP стержнів, виготовлених в 2000 р. та 2015 р [21]

Діаметр (мм)	Рік виробництва	Волокно	Смола		Добавка і наповнювач	Каталізатор
			Вид	Рецептура		
1	2	3	4	5	6	7
16	2000	E-glass	Вінілефірна	Ashland Hetron 922 (90 %), 8722 (10 %)	Стирол, ASP 400, ВУК А555 та колоїдний двоокис кремнію	P16 та ТВРВ
18	2000	E-glass	Вінілефірна	Ashland Hetron 922 (70 %), 8722 (30 %)	Стирол, ASP 400, ВУК А555 та колоїдний двоокис кремнію	P16 та ТВРВ
16	2015	E-CR glass	Вінілефірна	VEX 10-962 CoRezyn	Стирол та ASP 400	ВРО

В бетонних циліндричних зразках були виконані вимірювання рН та глибини карбонізації, щоб охарактеризувати хімічне середовище в бетоні. Також, були виконані мікроскопічні дослідження FRP-зразків та механічні випробування для моніторингу можливих змін мікроструктури та механічних властивостей. Зокрема, скануюча електронна мікроскопія (СЕМ), енергодисперсійна рентгенівська спектроскопія (ЕРС), міжшаровий зсув, температура переходу у склоподібний стан (Tg) та вміст волокна. Результати випробування міжшарового зсуву та вимірювання вмісту волокна порівнювалися з результатами аналогічних випробувань, виконаних у 2000 році на момент будівництва. Оскільки не було доступних історичних даних для аналізу ЕРС і Tg, ці випробування були проведені на FRP-стержнях, виготовлених в 2015 році тим же виробником, щоб служити еталоном для порівняння (табл. 3).

Результати випробування на горизонтальний зсув взятих зразків арматури підтверджують, що FRP-матеріали зберігали свою мікроструктурну цілісність і механічні властивості після 15 років експлуатації в польових умовах. Мікроскопічне дослідження не виявило руйнування FRP-арматури. Волокна не втрачали жодної площі поперечного перетину, матриця була неушкодженою і на волоконно-матричній граничній поверхні не спостерігалося пошкоджень. Додатково, гранична поверхня між бетоном і FRP-арматурою була у належному стані і втрати міжповерхневих зв'язків не спостерігалося.



Рис. 5. Міст «Sierrita dela Cruz Creek», Амарілло, Техас: *а* – загальний вигляд станом на 2015 рік; *б* – влаштування композитного армування дорожнього покриття [20]

Таблиця 3

Результати випробування на горизонтальний зсув, виконаних для нових FRP стержнів різних розмірів в 2015 р.

3	Довжина прольоту (м)	Номінальний діаметр (мм)	№ зразків	Навантаження на розрив		Міжшарова міцність на зсув	
				Середнє (Н)	Коефіцієнт варіації (%)	Середня (МПа)	Коефіцієнт варіації (%)
FRP № 4	1,5	14	5	8838	2,4	46,6	2,4
FRP № 5	1,875	16	5	12390	2,5	41,8	2,5
FRP № 6	2,25	18	5	20493	3,6	47,98	3,6

5. 3. Розробка методу визначення компонентів напружено-деформованого стану системи «дорожній одяг – плита»

Дорожнє покриття мостів являє собою шарувату конструкцію на пружній основі, що можна віднести до класу кусково-неоднорідних систем. Відмінна риса таких систем полягає в спільній роботі дорожнього покриття з плитою та прогоноювою будовою мосту. Проте, не завжди можна визначити, до якої частини конструктивного елемента мосту можна віднести той чи інший шар.

Таким чином, виникає необхідність вирішення задачі розрахунку системи «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту, яка складається із шарів з різними фізико-механічними характеристиками. Вирішення даної задачі можливе за допомогою методу аналізу компонентів напружено-деформованого стану, який базується на розрахункових залежностях теорії згину шаруватих конструкцій та теорії пружності для оцінки міцності матеріалів конструкцій [14].

Метод визначення напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу мостів доцільно відобразити у вигляді моделі, яка передбачає чотири варіанти розрахункових схем конструкції (рис. 6).

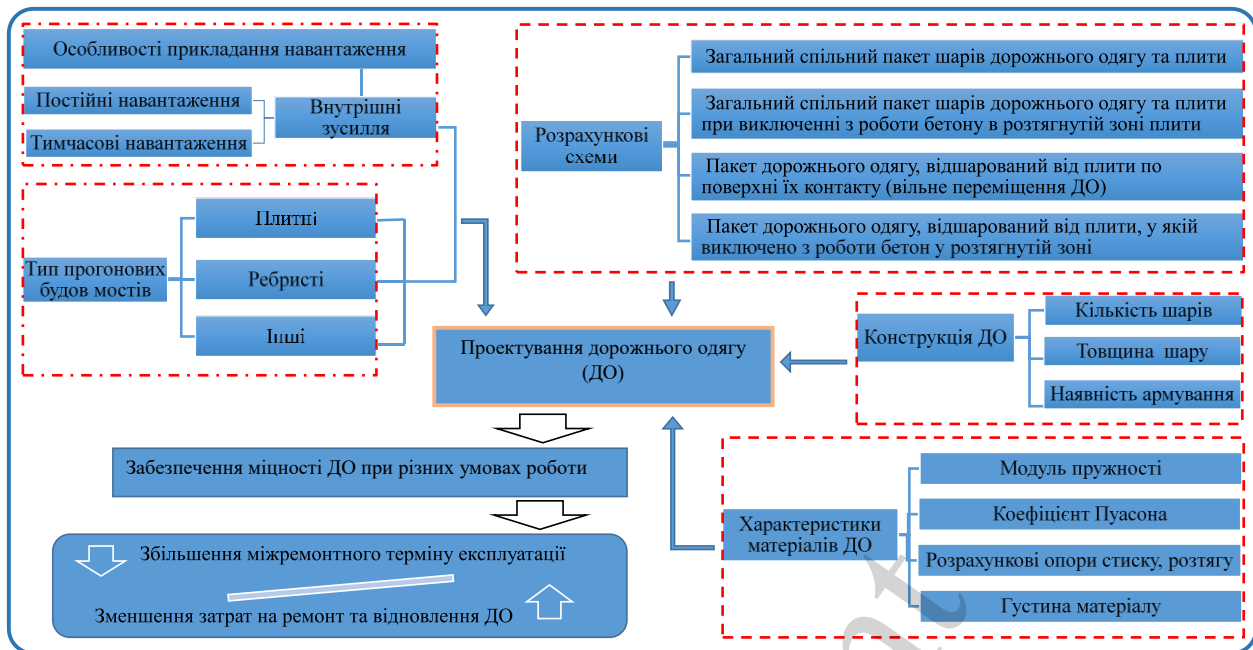


Рис. 6. Модель розрахунку дорожнього одягу, армованого композитними матеріалами

Аналізується робота дорожнього одягу у спільному пакеті з конструкцією прогонової будови мосту у пружній стадії та відшарованого від плити по поверхні його контакту.

Для аналізу напружено-деформованого стану композитної плити проїзної частини мосту на металевих прогонових будовах доцільно використовувати метод скінчених елементів, на основі якого реалізовано більшість обчислювальних програмних комплексів. Система «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту є дискретною, що створює передумови до її моделювання скінченими елементами оболонки нульової кривизни [22].

Система «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту визначається скінчено-елементної схеми вузлів з кроком a (рис. 7).

Згідно з [23] необхідно визначити уточнені прогини в точках системи «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту:

$$w_{acc} = \frac{q}{D_{g1}\Delta^2} - \frac{D_{gs}}{D_{g1}} \left(\frac{M_x + M_y}{D_{g1}(1 + \nu_{el})} \right), \quad (1)$$

де q – нормальне навантаження на зовнішній поверхні шару системи;

D_{g1} – циліндрична жорсткість пакету шарів, $g \in [1, 2]$;

D_{gs} – жорсткість взаємовпливу згину та зсуву пакету шарів, $g \in [1, 2]$, $s \in [1-3]$;

Δ – оператор Лапласа;

M_x та M_y – значення моментів у плиті, знайдені з розрахунку просторової системи;

ν_{el} – приведений коефіцієнт Пуассона.

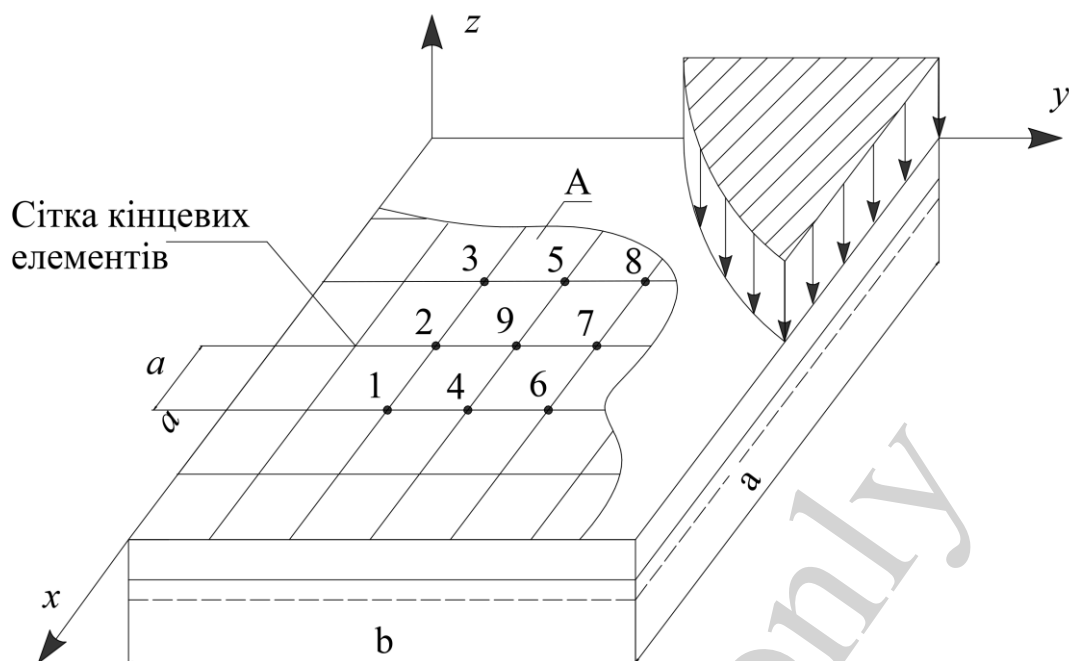


Рис. 7. Скінчено-елементна схема вузлів системи «дорожній одяг-плита» проїзної частини мосту

Жорсткість взаємовпливу згину та зсуву пакету шарів визначається за формулою:

$$D_{gs} = \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_{0n} \cdot \vartheta_{gn}(z) \cdot \vartheta_{sn}(z) dz, \quad (2)$$

де h_n – товщина шару n в системі «дорожній одяг-плита»;

E_{0n} – приведений модуль пружності для шару n ;

$\vartheta_{gn}(z), \vartheta_{sn}(z)$ – задані функції розподілу переміщень за напрямками векторів.

Приведений модуль пружності для шару n визначається за формулою:

$$E_{0n} = \frac{E_n}{1 - \nu_n^2}, \quad (3)$$

де ν_n – коефіцієнт Пуассона шару n .

Циліндрична жорсткість пакету шарів визначається за формулою:

$$D_{g1} = \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_{0n} \cdot \vartheta_{1n}^2(z) dz + \frac{B_g^2}{B}, \quad (4)$$

де B_g, B – коефіцієнти, які є узагальнюючими фізико-геометричними характеристиками пакету шарів.

Функція $\vartheta_{gn}(z)$ розподілу переміщень за напрямками векторів має вигляд:

$$\mathfrak{G}_{gk}(z) = - \int_{h_{n-1}}^z \frac{1}{G'_n} \left[\int_{h_{n-1}}^z E_{0n} z dz + \sum_{r=1}^{n-1} \int_{h_{r-1}}^{h_r} E_{0r} z dz \right] dz + c_p - c_n, \quad (5)$$

де G'_n – модуль зсуву для трансверсального напрямку;

E_{0r} – приведений модуль пружності для шарів $r \in [1; n-1]$;

c_p, c_n – постійні інтегрування.

За результатами ряду ітерацій можна отримати постійні інтегрування з умов контакту шарів в пакеті:

$$c_p = \frac{1}{2G'_p} \left[\frac{2E_{0p}}{3} h_{p-1}^3 - \sum_{r=1}^{p-1} E_{0r} (h_r^2 - h_{r-1}^2) h_{p-1} \right] + \sum_{r=1}^{p-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{h_r^3}{3} - h_{r-1}^2 \cdot h_r + \frac{2}{3} \cdot h_{r-1}^3 \right] + \sum_{r=1}^{p-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (h_s^2 - h_{s-1}^2) \cdot (h_r - h_{r-1}), \quad (6)$$

де G'_p – модуль зсуву для трансверсального напрямку шару p ;

E_{0p} – приведений модуль пружності для шару n ;

$$c_n = \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{h_r^3}{3} - h_{r-1}^2 \cdot h_r + \frac{2}{3} \cdot h_{r-1}^3 \right] + \sum_{r=1}^{n-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (h_s^2 - h_{s-1}^2) \cdot (h_r - h_{r-1}), \quad (7)$$

де G'_r – модуль зсуву для трансверсального напрямку для шарів $r \in [1; n-1]$.

В остаточному вигляді функція $\mathfrak{G}_{gn}(z)$ набуває вигляду:

$$\mathfrak{G}_{gn}(z) = - \frac{E_{0n}}{2G'_n} \left[\frac{z^3}{3} - h_{n-1}^2 \cdot z + \frac{2 \cdot h_{n-1}^3}{3} \right] - \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \cdot (h_r^2 - h_{r-1}^2) \cdot (z - h_{n-1}) + c_p - c_n. \quad (8)$$

Компоненти тензору напружень визначаються враховуючи похідні від знайдених функцій прогинів w_{acc} у вузлах розрахункової схеми системи «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту:

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{(n)}(z) = E_{0n} \left[(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \nu_n) + (\eta_{11}^{(s)} + \eta_{22}^{(s)} \nu_n) \mathfrak{G}_{sn}(z) \right], \\ \sigma_{22}^{(n)}(z) = E_{0n} \left[(\varepsilon_{11} \nu_n + \varepsilon_{22}) + (\eta_{11}^{(s)} \nu_n + \eta_{22}^{(s)}) \mathfrak{G}_{sn}(z) \right], \\ \sigma_{12}^{(n)}(z) = E_{0n} (1 - \nu_n) \cdot (\varepsilon_{12} + \eta_{12}^{(s)} \cdot \mathfrak{G}_{sn}(z)), \end{cases} \quad (9)$$

де ε, η – деформації координатної поверхні.

В загальному випадку вираз для поперечних дотичних напружень при $g=1,2$ визначається наступним чином:

$$\sigma_{g3}^{(n)}(z) = \xi_{t,g} f_m(z), \quad (10)$$

де $\xi_{t,g}$ – функція зсуву, $t \in [1, 2, 3]$;

$f_m(z)$ – функція розподілу дотичних напружень по нормалі.

Функція розподілу дотичних напружень по нормалі $f_m(z)$ визначається за наступною формулою:

$$f_m(z) = \left(\int_{h_{n-1}}^z E_{0n} z dz + \sum_{r=1}^{n-1} \int_{h_{r-1}}^{h_r} E_{0r} z dz \right) = \frac{E_{0n}}{2} (z^2 - h_{n-1}^2) + \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2} \cdot (h_r^2 - h_{r-1}^2). \quad (11)$$

Деформації координатної поверхні (ε , η) визначаються за методом скінченних різниць:

$$\varepsilon_{11} = -w'_{11} = -\frac{w_5 - 2w_9 + w_4}{\alpha^2}, \quad (12)$$

де w – нормальне переміщення координатної поверхні.

$$\varepsilon_{12} = -w'_{12} = -\frac{(w_8 + w_1) - (w_6 + w_3)}{4\alpha^2}. \quad (13)$$

$$\varepsilon_{22} = -w'_{22} = -\frac{w_7 - 2w_9 + w_2}{\alpha^2}. \quad (14)$$

$$\eta_{11}^{(s)} = -\xi'_{11} = -\frac{\xi_5 - 2\xi_9 + \xi_4}{\alpha^2}. \quad (15)$$

$$\eta_{12}^{(s)} = -\xi'_{12} = -\frac{(\xi_8 + \xi_1) - (\xi_6 + \xi_3)}{4\alpha^2}. \quad (16)$$

$$\eta_{22}^{(s)} = -\xi'_{22} = -\frac{\xi_7 - 2\xi_9 + \xi_2}{\alpha^2}. \quad (17)$$

Похідні функцій переміщень та зсуву позначені штрихом.

Наступним етапом розрахунку є визначення головних напружень σ_{h1} , σ_{h2} , σ_{h3} , що є коренями кубічного рівняння [24]:

$$\sigma_h^3 - I_1 \sigma_h^2 + I_2 \sigma_h - I_3 = 0, \quad (18)$$

де I_1, I_2, I_3 – коефіцієнти кубічного рівняння, так звані інваріанти напружень.

Коефіцієнти формули (18) визначаються за системою рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 = |\sigma_{11} + \sigma_{22}|, \\ I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}, \\ I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (19)$$

Міцність арматури оцінюється згідно IV теорії:

$$\sigma_{eq}^{IV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{h1} - \sigma_{h2})^2 + (\sigma_{h2} - \sigma_{h3})^2 + (\sigma_{h3} - \sigma_{h1})^2} \leq R'_p, \quad (20)$$

де R'_p – розрахунковий опір матеріалу, який визначається за виразом:

$$R'_p = R_p \cdot m \cdot \beta, \quad (21)$$

де R_p – опір матеріалу;

β – коефіцієнт, що враховує надійність конструкції;

m – коефіцієнт, що враховує умови роботи.

Метод визначення напружено-деформованого стану системи «дорожній одяг – плита» проїзної частини мосту за своєю математичною основою є двовимірним, оскільки всі шукані функції визначені функціями координатної поверхні. Таким чином, застосований метод дозволяє звести тривимірну задачу теорії пружності до двовимірної.

В подальшому виконується перевірка міцності матеріалів в кожному шарі дорожнього одягу мосту.

5. 4. Визначення компонентів напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу мостів

Переважає більшість покриттів автомобільних доріг на мостах побудована з використанням асфальтобетонного покриття, несна здатність яких становить не більше 115 кН (11,5 т) на вісь, а загальний модуль пружності – до 300 МПа. Навантаження від 13 т на вісь вимагає збільшення загального модуля пружності до 390–400 МПа. Напруження в шарах дорожнього покриття при перевантаженні може досягати 7,0–7,5 МПа, що в 2,5–3,0 рази перевищує межі міцності і зсувостійкості звичайного асфальтобетону. Для вирішення цієї проблеми пропонується застосовувати спеціальні технічні рішення [25], такі як використання цементобетонного покриття, в тому числі з композитним армуванням.

Для визначення напруження в шарах конструкції дорожнього одягу було розглянуто дві типові конструкції (рис. 8). Дорожнє покриття влаштоване на залізобетонній плиті проїзної частини мосту. При цьому розглядається сумісна робота цих двох елементів.

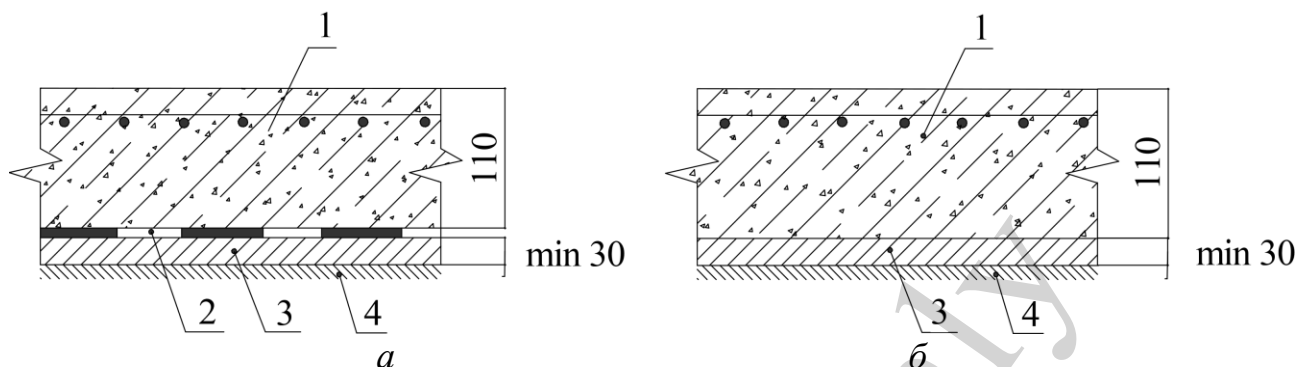


Рис. 8. Конструкція дорожнього одягу на залізобетонній плиті: 1 – цементобетонне покриття; 2 – гідроізоляція; 3 – вирівнюючий шар; 4 – плита проїзної частини мосту: *a* – з гідроізоляцією; *б* – без гідроізоляції

Запропонований метод визначення напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу мостів авторами було реалізовано в програмі Mathcad (США) та виконано розрахунок для цементобетонного покриття з композитною арматурою. Прогонова будова балочного типу в поперечному напрямку складається з 4-х вільно обпертих балок. Плити запроєктовані з бетону класу В35.

В результаті розрахунку отримані залежності розподілення нормальних та еквівалентних напружень по висоті дорожнього одягу (рис. 9–11).

Результати отриманих напружень за запропонованим методом на верхніх та нижніх поверхнях шарів дорожнього одягу мосту зведені в табл. 4.

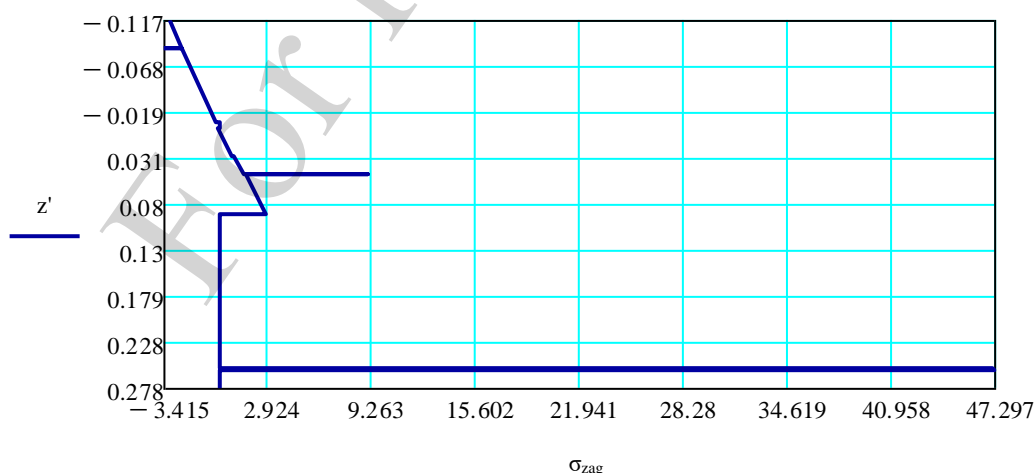


Рис. 9. Характер розподілу нормальних напружень в конструкції дорожнього одягу у спільному пакеті з плитою

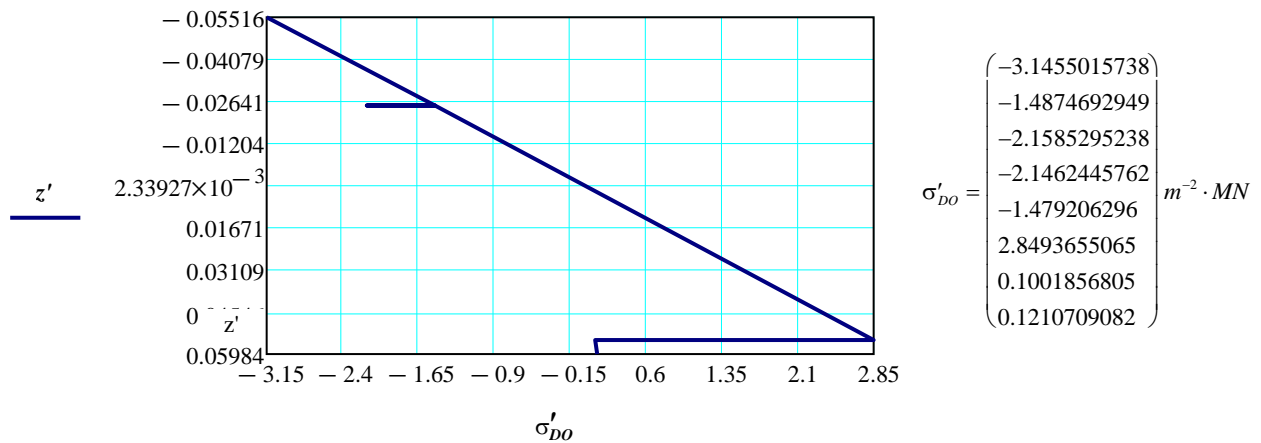


Рис. 10. Характер розподілу нормальних напружень в конструкції дорожнього одягу з вільним переміщенням

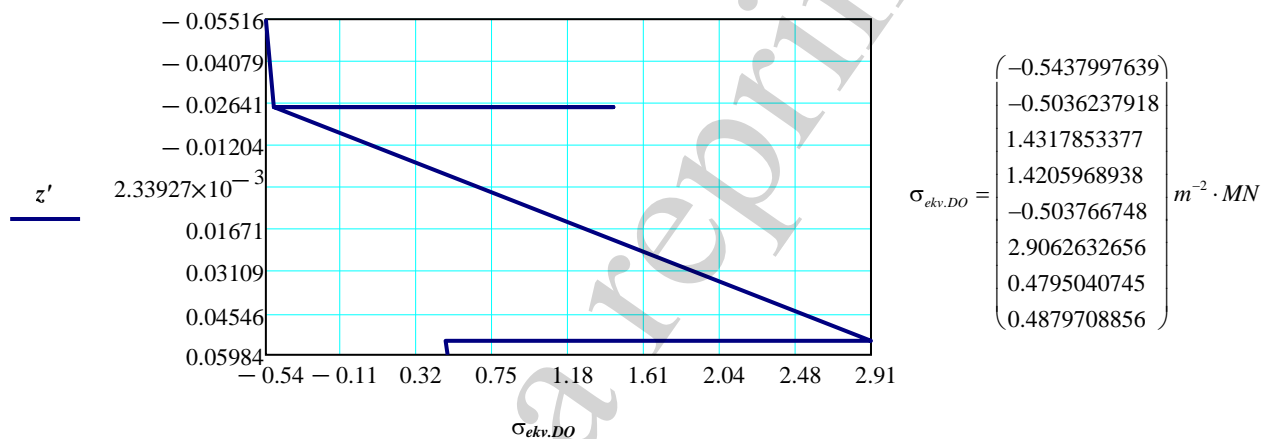


Рис. 11. Характер розподілу уточнених еквівалентних напружень в конструкції дорожнього одягу з вільним переміщенням

Таблиця 4

Результати розрахунку цементобетонного дорожнього одягу з BFRP армуванням

Структура одягу, характеристики шарів	Розрахунковий опір розтягу R_p , МПа	Еквівалентні напруження в шарах, МПа				
		Дорожній одяг у спільному пакеті з плитою		Дорожній одяг з вільним переміщенням		
		Верх шару	Низ шару	Верх шару	Низ шару	
ЦБ, $h_1=3$ см, $E_1=30000$ МПа	3,0	-0,544	-0,377	-0,544	-0,504	
Арматура $d=0.4$ см, $h_2=0.01508$ см	Сталь	265	13,950	13,926	8,364	8,311
	BFRP	600	2,697	2,693	1,432	1,421
Відношення, разів	—	5,17	5,17	5,84	5,85	
ЦБ, $h_3=7.98492$ см, $E_3=30000$ МПа	3,0	-0,377	-0,201	-0,504	2,906	
Гідроізоляція, $h_4=0.5$ см, $E_4=2000$ МПа	1,3	—	—	0,479	0,488	

Дослідження отриманих результатів вказують, що міцність у нижній частині дорожнього одягу з вільним переміщенням наближена до граничної при підсиленні його у верхній частині. Це вказує, що для ефективної роботи конструкції, дорожній одяг потрібно влаштовувати з урахуванням його роботи у спільному пакеті з плитою.

З метою перевірки запропонованого методу було змодельована мостову конструкцію у програмному комплексі ANSYS. Для моделювання вибраний інтегральний елемент Solid65 для побудови бетонних балок прогонової будови та плити. Внутрішня арматура плити прогонової будови мосту була змодельована з використанням інтегрального елемента Link180 (рис. 12) [26].

Порівняння результатів розрахунків за запропонованим методом та з використанням програмного комплексу ANSYS показують, що напруження, які виникають в дорожньому одязі, мають співвідношення 1,13, що доводить достовірність отриманих математичних значень.

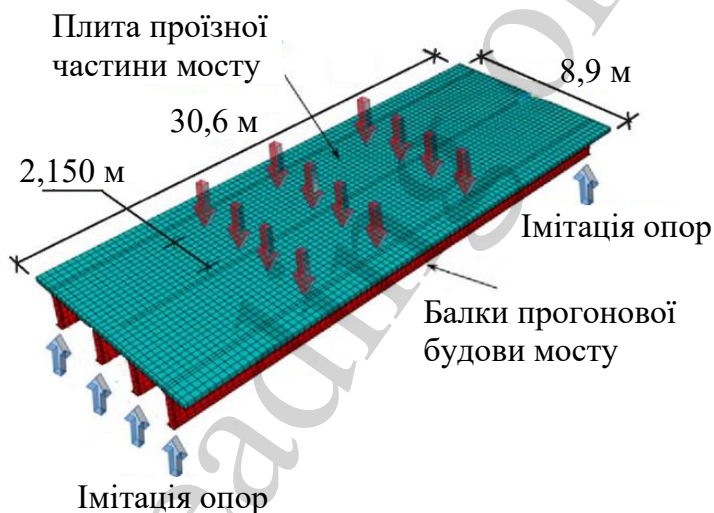


Рис. 12. Приклад змодельованого реального мосту з використанням FRP-армування [26]

6. Обговорення результатів апробації методу визначення напружено-деформованого стану конструкції дорожнього одягу мостів

Проведене дослідження стану покриттів автодорожніх мостів (рис. 1–3) дозволило визначити проблеми забезпечення довговічності конструкцій, які в переважній більшості полягають в корозійних процесах металеві арматури. Для вирішення даної проблеми пропонується використання композитної FRP-арматури, яка має кращі міцнісні характеристики та стійка до агресивних середовищ (табл. 1, рис. 4).

Аналіз практичного застосування в реальних умовах FRP-арматури підтверджує, що FRP-матеріали зберігають свою мікроструктурну цілісність і механічні властивості після довготривалої експлуатації (табл. 3). Це доводить, що FRP-арматуру можна використовувати в якості армуючого матеріалу в дорожньому одязі мостів.

Розроблено інженерний метод визначення компонентів напружено-деформованого стану системи «дорожній одяг – плита» з армуванням BFRP-

арматурою (рис. 6). На відміну від традиційних методів [14, 22, 24], де задача оцінки напружено-деформованого стану вирішена на основі універсальних теоретичних моделей, розроблений метод розрахунку дає можливість врахувати його роботу у спільному пакеті конструкції з плитою. Також за даним методом можливо визначити роботу окремо відшарованого дорожнього одягу від плити прогонової будови мосту. При розробці методу розрахунку враховані розрахункові залежності теорії згину шаруватих конструкцій (1), а також використовувалися уточнені поперечні нормальні напруження від обтиснення шарів. Поперечні дотичні напруження (10) визначені з врахуванням деформацій зсуву. Для оцінки міцності матеріалів конструкцій використовувалися залежності теорії пружності (20), (21) та особливості роботи композитних матеріалів (табл. 1), що входять до шаруватих конструкцій прогонових будов і дорожніх одягів.

Проведений математичний експеримент на прикладі конструкції прогонової будови мосту при армуванні як сталевую, так і BFRP-арматурою, показав розбіжність у ≈ 1.4 разів між класичним підходом до розрахунку та розробленим методом. Результати аналізу отриманих прогинів підтверджують доцільність врахування деформацій зсуву плит прогонових будов мостів.

Еквівалентні напруження у верхній частині шару цементобетонного дорожнього одягу без армування при спільній роботі з плитою досягають гранично допустимих значень близько 3,0 МПа, що вказує на його роботу на межі своєї міцності. Для забезпечення міцності та експлуатаційних характеристик є доцільним армування верхнього шару дорожнього одягу.

Жорсткий дорожній одяг з композитною BFRP-арматурою, який працює в повному контакті з плитою (як суцільна конструкція) має в 10 разів менші еквівалентні напруження в шарах ніж покриття з вільним переміщенням (рис. 9–11, табл. 4).

Розроблений метод перевірено на адекватність за допомогою розрахунків у програмному комплексі ANSYS. За результатами визначених деформацій при обрахунку за розробленим методом та розрахунком в програмному комплексі ANSYS для плити армованою металевую арматурою розбіжність відношень прогинів становила 1,07 (рис. 12). Отримана розбіжність знаходиться в межах допустимої похибки та вказує про адекватність запропонованого методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів.

Визначені особливості розрахунку можуть бути використанні в проектуванні дорожнього одягу нових мостів, капітальному ремонті або реконструкції існуючих.

Обмеженнями застосування даного методу є те, що при проведенні розрахунків не береться до уваги вплив температурних змін на напружено-деформований стан конструкції.

Подальші дослідження напружено-деформованого стану дорожнього одягу мостів необхідно здійснювати у напрямку уточнення напружень з урахуванням впливів температурних змін на напружено-деформований стан конструкції.

7. Висновки

1. Основним недоліком функціонуючих конструкцій є корозійні процеси в металевій арматурі. Проведені візуальні, тепловізійні та інструментальні дослі-

дження показали проблеми руйнування цементобетонного покриття та відшарування захисного шару металеві арматури плит проїзної частини внаслідок перевантаження прогонових будов мостів. Встановлено, що ефективним вирішенням визначених проблем є застосування в якості армування композитної FRP-арматури. Основними перевагами неметалевої арматури є те, що її міцність при розтягу в 2–3 рази вища ніж у сталевій, а коефіцієнт лінійного розширення – нижче у 1,25 рази. Питома вага FRP-арматури в 4 рази менша, що підвищує несну здатність конструкції в цілому.

2. Встановлено, що FRP-матеріали які використовувалися у якості армування зберігали свою мікроструктурну цілісність і механічні властивості після довготривалої експлуатації мосту. Додатково було встановлено, що міжповерхневі зв'язки між бетоном і FRP-арматурою знаходились в задовільному стані. Дані висновки є передумовою для забезпечення міцностних характеристик конструкції при її довготривалій експлуатації. Це обґрунтовується тим, що завдяки стійкості до агресивних середовищ виключаються основні недоліки використання металеві арматури, що призводить до збільшення експлуатаційного терміну мостів в 1,2 рази.

3. Розроблений метод визначення компонентів напружено-деформованого стану системи «дорожній одяг – плита» дозволяє врахувати роботу дорожнього одягу як у спільному пакеті конструкції з плитою, так і окремо – при його відшаруванні від плити прогонової будови мосту. Даний метод пройшов апробацію за рахунок числового експерименту, що підтвердив необхідність використання композитного армування у верхніх шарах дорожнього покриття на мостах для забезпечення міцності конструкції. За результатами дослідження була встановлена розбіжність значень прогинів у 1,4 разів між класичним підходом до розрахунку та розробленими методом.

4. Визначені еквівалентні напруження в нижньому шарі дорожнього одягу з вільним переміщенням складала 2,91 МПа, а при роботі у спільному пакеті з плитою – мали від'ємне значення (–0,2 МПа). Встановлено, що значення еквівалентних напружень знаходяться в межах допустимих. Також з практичної точки зору доведено, що розроблений метод дає можливість отримати уточнені напруження в шарах системи «дорожній одяг – плита». Адекватність результатів розрахунку була доведена співставленням отриманих даних із змодельованою конструкцією в програмному комплексі ANSYS. Встановлено, що розбіжність в напруженнях шарів конструкції складає 1,04, що підтверджує достовірність отриманих результатів.

Література

1. Гамеляк, І. П., Цибульський, В. М., Харченко, А. М. (2021). Розвиток методів оцінки напружено-деформованого стану армованого жорсткого дорожнього одягу. *Technical sciences: the analysis of trends and development prospects*, 98–100. doi: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-109-1-23>
2. Urbanski, M., Lapko, A., Garbacz, A. (2013). Investigation on Concrete Beams Reinforced with Basalt Rebars as an Effective Alternative of Conventional

R/C Structures. *Procedia Engineering*, 57, 1183–1191. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.149>

3. Prachasaree, W., Limkatanyu, S., Kaewjuea, W., GangaRao, H. V. S. (2019). Simplified Buckling-Strength Determination of Pultruded FRP Structural Beams. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 24 (2), 04018036. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000405](https://doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000405)

4. Sun, R., Perera, R., Gu, J., Wang, Y. (2021). A Simplified Approach for Evaluating the Flexural Response of Concrete Beams Reinforced With FRP Bars. *Frontiers in Materials*, 8. doi: <https://doi.org/10.3389/fmats.2021.765058>

5. Chen, A., Davalos, J. F. (2014). Design Equations and Example for FRP Deck–Steel Girder Bridge System. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 19 (2), 04014003. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000173](https://doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000173)

6. Mohamed, K., Benmokrane, B., Nazair, C., Loranger, M.-A. (2021). Development and Validation of a Testing Procedure for Determining Tensile Strength of Bent GFRP Reinforcing Bars. *Journal of Composites for Construction*, 25 (2), 04020087. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0001102](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0001102)

7. Ng, P. L., Barros, J. A. O., Kaklauskas, G., Lam, J. Y. K. (2020). Deformation analysis of fibre-reinforced polymer reinforced concrete beams by tension-stiffening approach. *Composite Structures*, 234, 111664. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111664>

8. Al-Rubaye, M., Manalo, A., Alajarmeh, O., Ferdous, W., Lokuge, W., Benmokrane, B., Edo, A. (2020). Flexural behaviour of concrete slabs reinforced with GFRP bars and hollow composite reinforcing systems. *Composite Structures*, 236, 111836. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111836>

9. Holden, K. M., Pantelides, C. P., Reaveley, L. D. (2014). Bridge Constructed with GFRP-Reinforced Precast Concrete Deck Panels: Case Study. *Journal of Bridge Engineering*, 19 (5), 05014001. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)be.1943-5592.0000589](https://doi.org/10.1061/(asce)be.1943-5592.0000589)

10. Yost, J. R., Steffen, R. E. (2014). Strength and Ductility Trends for Concrete Members Strengthened in Flexure with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement. *Journal of Composites for Construction*, 18 (6), 04014015. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0000460](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000460)

11. Wu, G., Wang, X., Wu, Z., Dong, Z., Zhang, G. (2014). Durability of basalt fibers and composites in corrosive environments. *Journal of Composite Materials*, 49 (7), 873–887. doi: <https://doi.org/10.1177/0021998314526628>

12. Валовой, О. И., Єрьоменко, О. Ю., Валовой, М. О. (2017). Характеристики міцності та жорсткості балок армованих базальтовою арматурою. *Вісник Криворізького національного університету*, 44, 142–146.

13. Karpiuk, V., Tselikova, A., Khudobych, A., Karpiuk, I., Kostyuk, A. (2020). Study of strength, deformability property and crack resistance of beams with BFRP. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (106)), 42–53. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209378>

14. Пискунов, В. Г., Вериженко, В. Е., Присяжнюк, В. К., Сипетов, В. С., Карпиловский, В. С. (1987). Расчет неоднородных оболочек и пластин методом конечных элементов. К.: Вища школа, 200.
15. Gucunski, N., Maher, A., Basily, B., La, H., Lim, R., Parvardeh H., Kee, S.-H. (2013). Robotic platform rabbit for condition assessment of concrete bridge decks using multiple nde technologies. HDKBR INFO Magazin, 3 (4), 5–12. URL: <https://hrcak.srce.hr/148772>
16. Gheitasi, A., Harris, D. K. (2014). Effect of Deck Deterioration on Overall System Behavior, Resilience and Remaining Life of Composite Steel Girder Bridges. Structures Congress 2014. doi: <https://doi.org/10.1061/9780784413357.056>
17. Гамеляк, І. П., Коваль, Т. І. (2017). Удосконалення методики випробувань на втому бетониx перерізів елементів армованиx неметалевою композитною базальтопластиковою арматурою. Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, 99, 184–201. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/99/184-201.pdf
18. Sonnenschein, R., Gajdosova, K., Holly, I. (2016). FRP Composites and their Using in the Construction of Bridges. Procedia Engineering, 161, 477–482. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.665>
19. Mingchao, W., Zuoguang, Z., Yubin, L., Min, L., Zhijie, S. (2008). Chemical Durability and Mechanical Properties of Alkali-proof Basalt Fiber and its Reinforced Epoxy Composites. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 27 (4), 393–407. doi: <https://doi.org/10.1177/0731684407084119>
20. Gooranorimi, O., Bradberry, T., Dauer, E., Myers, J., Nanni, A. (2016). FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. RE-CAST: Research on Concrete Applications For Sustainable Transportation. URL: https://www.researchgate.net/publication/310843748_FRP_Reinforcement_for_Concrete_Performance_Assessment_and_New_Construction_Volume_I_Sierrita_De_La_Cruz_Creek_Bridge
21. ГБН В.2.3-37641918-577:2016. Автомобільні дороги. Дорожній одяг жорсткий. Проектування.
22. Варвак, П. М., Бузун, І. М., Городецкий, А. С. и др. (1981). Метод конечных элементов. К.: Вища школа, 176.
23. Канін, О. П., Гриневицький, Б. В., Цибульський, В. М. (2018). Удосконалення некласичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів. Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, 104, 82–85. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/104/82.pdf
24. Векуа, И. Н. (1955). Об одном методе расчета призматических оболочек. Тр. Тбилис. мат. ин-та, 21, 191–195.
25. ТУ У В.2.7-25.2-21191464-024:2011. Арматура композитна «Екібар» для армування конструкцій з бетону. Технічні умови.
26. Цибульський, В. М. (2021). Удосконалення методу розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою. К.: Національний транспортний ун-т, 22. URL: http://diser.ntu.edu.ua/Tsybulskyi_aref.pdf

This paper reports a study of the cement-concrete coating on bridges using FRP reinforcement. That has made it possible to design optimal structures by selecting the height for reinforcement arrangement in the layers of a roadbed in order to ensure strength characteristics.

An engineering method for calculating a hard roadbed with composite reinforcement has been devised, which makes it possible to take into consideration its work both in a joint package of the structure with a slab and separately – when it exfoliates from the slab of the bridge's span structure. Underlying this research are effort-determining methods, estimation dependences from the theory of bending layered structures, as well as dependences from elasticity theory to assess the strength of materials for a roadbed. The consideration of shear strains when designing slabs has helped establish that the deflections according to the devised method were 1.4 times larger than those in the classical approach.

The method was tested by a numerical experiment, which confirmed the need to use composite reinforcement in the upper layers of a road surface on bridges, which improves its durability by 1.2 times. The results of the numerical experiment indicate that the equivalent stresses in the lower layers of a free-moving roadbed were 2.91 MPa, and, when operating in a joint assembly with a slab, they took a negative value (–0.2 MPa).

Practical application of the devised calculation method makes it possible to determine the refined normal stresses in the layers of a roadbed, taking into consideration the characteristics of structure operation. Owing to this, additional opportunities open up for calculating the roadbeds of bridges whose design utilizes the most common types of span structures in the bridge industry

Keywords: cement-concrete coating, roadbed, layered structures, composite materials, stressed-strained state

DETERMINING THE EFFECT OF REINFORCING A CEMENT-CONCRETE COATING OF BRIDGES ON THE STRESSED-STRAINED STATE OF STRUCTURES

Igor Gameliak

Doctor of Technical Sciences, Professor
Department of Airports*

Andrew Dmytrychenko

PhD, Associate Professor
Department of Transport Law and Logistics*

Vitalii Tsybulskiy

PhD, Senior Lecturer
Department of Strength of Materials
and Engineering Science*

Anna Kharchenko

Corresponding author
Doctor of Technical Sciences, Associate Professor
Department of Transport Construction
and Property Management*

E-mail: anna-x3@ukr.net

*National Transport University

Omelianovycha-Pavlenka str., 1, Kyiv, Ukraine, 01010

Received date 27.11.2021

Accepted date 14.01.2022

Published date 28.02.2022

How to Cite: Gameliak, I., Dmytrychenko, A., Tsybulskiy, V., Kharchenko, A. (2022). Determining the effect of reinforcing a cement-concrete coating of bridges on the stressed-strained state of structures. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (1 (115)), 21–31. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.251189>

1. Introduction

The priority area of the road construction industry evolution in Europe is the development of a network of highways and high-speed communication between the main city centers. To address this issue, more reliable and cost-effective, in terms of life cycle costs, elements of road structures are used, specifically hard coatings [1].

Concrete roads require minimal maintenance costs, have increased wear resistance, longer service life, and are able to withstand larger loads. Road bridge coating should absorb transport loads, transfer them to support structures, remain resistant to deformations, and provide adhesion properties for vehicles. As a rule, a hard roadbed is designed without taking into consideration the operation of a roadway slab. That leads to overloading a roadbed at the stage of its operation, the result of which is the destruction of the coating itself. In addition, it should protect the bridge structure from

the penetration of water and anti-ice agents that contribute to the corrosion of the reinforcement.

Corrosion processes in steel reinforcement lead to loss of volume of its working part and are the main cause of degradation of the reinforced concrete slabs in a bridge roadway. One of the approaches to tackling this issue is to use composite FRP-reinforcement (Fiber Reinforced Plastic Bar) to strengthen concrete structures and roadbed of bridges. The application of composite reinforcement makes it possible to improve the structural properties and increase the durability of concrete elements of bridges. However, a given type of reinforcement differs in its physical and mechanical characteristics from metal and requires improvement of methods for calculating the road surface of bridges, taking into consideration additional theoretical and experimental studies.

Thus, the relevance of research in this area is due to the need to analyze the impact of reinforcing the cement-con-

crete coating of bridges with composite materials on the stressed-strained state of the structure.

2. Literature review and problem statement

The work of slabs in bridges' roadways with the use of fiberglass reinforcement (GFRP) under the static and fatigue load was investigated in [2]. The behavior of the bridge roadway slabs, reinforced with glass and carbon-bar grids, on steel run structures was also studied. As a result of study [2], it was concluded that the main structural effect in the slabs, which are opposed to the concentrated load of the wheel, is not bending, as is traditionally believed, but a complex internal stressed state associated with shear strains. The assessment of fatigue of concrete slabs of bridges reinforced with composite GFRP reinforcement was performed in [3–5] whose authors analyzed a change in the rigidity of bridge slabs with a given type of reinforcement. In particular, paper [4] determined that the rigidity of the slabs depends on the effect of temperature conditions; the authors of [5] found the fatigue properties of the concrete slab in a carbon-plastic reinforced concrete bridge (CFRP) do not deteriorate under repeated transport loads. A positive result of the cited study was the establishment of a relatively low degradation rate of slabs with GFRP reinforcement compared to metal. As a result of study [6], it was proven that FRP-reinforcement is the best alternative for reinforcing concrete structural elements of bridges. Summarizing the above studies [2–6], it should be noted that they do not sufficiently substantiate the dependence of the distribution of stresses in the slabs of a bridge roadway using a given type of reinforcement.

The authors of [7] report a theoretical study of slabs reinforced with composite materials by the method of finite elements and propose using an FRP-reinforcement coefficient of 0.3 % per m² in the upper and lower layers of a bridge roadway slab. It was also established that the bearing capacity at the maximum load on bridge roadway slabs is seven times greater than a working load. However, the results of the cited study do not contain a clear algorithm for determining the effect of the reinforcement coefficient on the bearing capacity of the structure.

An applied study of FRP-reinforcement performance [8] showed that the deflections of bridge slabs do not exceed the maximum permissible ones according to the Canadian standard (CSA 2000).

When studying the rigidity of a cement-concrete coating, the author of [9] found that when using additional reinforcement with GFRP bars, it is possible to reduce the thickness of the cement-concrete coating while maintaining the predefined strength. However, papers [8, 9] did not determine how the reduction in the thickness of the cement-concrete coating affects the strength of the structure under a cyclic load.

The bending characteristics of bridge slabs reinforced with FRP mesh made of glass, carbon, and hybrid fibers were studied in [10]. In the cited study, it was found that the deflections and width of crack opening were greater with a given reinforcement since FRP meshes have a lower elasticity module than steel ones. However, the authors did not consider options for the combined use of various reinforcement materials in the lower and upper layers of the structure.

Work [11] investigated the operation of basalt reinforcement (BFRP) in the stressed and relaxed states under the action of simulated aggressive media at 25, 40, and 55 °C. It

was found that the mechanism of degradation of structures reinforced with BFRP-rebar is accelerated at stress exceeding 20 % of the limit. Study [12] examines the stressed-strained state of beams reinforced with BFRP-reinforcement.

The authors of [13] focus on the impact of structural factors on the nature of changes in the patterns of bearing capacity, crack resistance, and deformations of concrete structures using BFRP. It should be noted that the cited papers [2, 11–13] do not give algorithms for determining the components of the stressed-strained state of structures reinforced with composite materials.

Our review of the above studies [2–13] indicates a high scientific interest in this issue. However, it should be noted that scientists have not sufficiently investigated the impact of FRP-reinforcement of cement-concrete coating of bridges on the stressed-strained state of the structure in general.

3. The aim and objectives of the study

The purpose of this study is to determine the impact of reinforcing a cement-concrete coating of bridges on the stressed-strained state of structures by devising an engineering method for calculating a hard roadbed with composite reinforcement, taking into consideration the running structure of the bridge.

To achieve the set aim, the following tasks have been solved:

- to define problems in ensuring the durability of road bridge coatings;
- to investigate the practical use of composite materials as reinforcement of road surface on bridges;
- to devise a method for determining the components of the stressed-strained state of the system “roadbed – slab”, taking into consideration the peculiarities of work of composite materials;
- to determine the components of the stressed-strained state of the roadbed structure of bridges according to the proposed method.

4. The study materials and methods

The object of this study is the processes of distribution of stresses in the layers of a roadbed with composite reinforcement, taking into consideration the span structure of a bridge.

The calculation of layered composite structures is carried out according to the refined models, which take into consideration the effect of transverse shear strain. The main hypothesis of this study assumes that in order to devise an effective approach to determining the stressed state of structural elements in a roadbed as a layered system, it is necessary to use a rational combination of methods for calculating multilayer and single-layer structures. This approach makes it possible to solve practical problems to study the stressed-strained state of heterogeneous structures with different rigidity and bearing capacity. We determined the refined stresses in the layers of a bridge roadway slab using the theory of bending layered structures taking into consideration transverse normal stresses due to compression. Thus, the main assumption in this study into the stressed-strained state of the slab is the need to examine it as a structure consisting of isotropic layers of different rigidity in terms of thickness. This makes it possible to consider the work of all layers with different thicknesses and physical-mechanical

characteristics. The method for calculating the structure of a hard roadbed is based on the estimation dependences from the theory of bending layered structures (beams, slabs). Strength assessment of structural materials is carried out according to the dependences from elasticity theory [14], which make it possible to take into consideration the peculiarities of the characteristics of materials. Considering the three-dimensional nature of the stressed-strained state of the structure, the proposed method makes it possible to simplify the calculation task to a two-dimensional model since the desired functions are those of the coordinate surface. The reliability of solutions based on these methods has been confirmed by comparison with the simulated bridge structure in the ANSYS software package.

5. Results of studying the impact of reinforcement on the stressed-strained state of the bridge roadbed structure

5.1. Defining the problem of ensuring the durability of road bridge coatings

The issue of durability of bridge road surfaces is a rather complex, multiparametric problem, which is influenced by various factors, in particular, the choice of technology, layer material, operational, natural and climatic factors, etc. When using reinforced cement concrete as a coating, which in its properties is more durable than asphalt concrete, there is a specific issue related to corrosion processes in metal reinforcement. For example, a large-scale study of bridges in the United States revealed that approximately 15 % of the 583,000 bridges examined had undergone destruction caused by corrosion of metal reinforcement (Fig. 1) [15].

They also noted the negative consequences of destruction, which are associated with the loss of the volume by the working part of the reinforcement, the unsatisfactory condition of compensatory seams on the supports, the low resistance of concrete to bending loads. Structural cracks in the cement-concrete coating, which, as a rule, arise due to excessive load, lead to overloading the structure in general. Non-structural cracks are usually the result of internal overstress in concrete structures under the influence of the linear expansion of materials and heat loads. As a result, moisture, chlorides, salt penetrate through the formed cracks; an unfavorable alkaline environment is created, which leads to corrosion of the reinforcement.

According to study [16], it was determined that about 10 % of the volume of reinforcement may be formed by corrosion products. That creates internal pressure in the structure and leads to various kinds of coating destruction (cracking, exfoliation, crack mesh, etc.). Such damage, in turn, could have a serious impact on the performance of structural elements of bridges and reduce the durability of structures.

Based on the results from the visual, instrument-based, and thermal-imaging survey of bridges carried out in Ukraine [17], a number of issues related to cement-concrete coatings affecting the durability of structures were identified. In particular, these include:

- the destruction of bridge slabs as a result of the detachment of the protective layer of metal reinforcement (Fig. 2);
- the corrosion of metal reinforcement due to opening cracks;
- uneven settling of earthen bed on approaches to bridges;
- unsatisfactory state of deformation joints (Fig. 3).

Electrochemical corrosion of steel is the main reason for the deterioration of engineering infrastructure. This is

becoming a major issue for the construction industry around the world. Climatic conditions and the use of a large amount of salts as an anti-ice agent in the winter months can contribute to the acceleration of the corrosion process. This usually requires significant financial costs to recover, as it can lead to the catastrophic destruction of concrete structures. An effective solution to this problem is the use of corrosion-resistant materials, such as high-performance fiber-reinforced plastic (FRP) composites. The use of non-metal composite reinforcement over the past 10 years has defined this technology as an advanced one as a mechanism for overcoming problems in cement-concrete structures caused by corrosion of steel reinforcement.

The scope of FRP reinforcement in construction in developing countries is quite limited by regulatory and technical documentation (which is practically lacking) and low funding for bridge restoration programs [2–5].

The comparison of the physical and mechanical characteristics of FRP reinforcement with the characteristics of the metal reinforcement used in transport construction is given in Table 1.

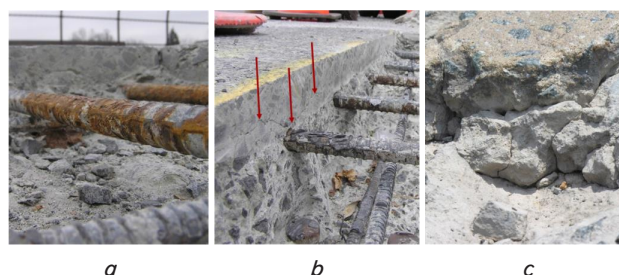


Fig. 1. Typical damage to the hard road surface of a bridge resulting from: *a* – the corrosion of reinforcement; *b* – structural cracks; *c* – the exfoliation of the top layer [15]

Table 1

Comparison of non-metallic composite reinforcement and metal reinforcement

Characteristics	Fiberglass reinforcement (GFRP)	Basalt-plastic reinforcement (BFRP)	Metal reinforcement (A400C)
Raw material	Glass roving, epoxy resin	Basalt roving, epoxy resin	Metal
Stretching strength, MPa	600–1,200	700–1,300	390
Elongation, %	2.2	2.2	25
Elasticity, MPa	45,000	60,000	200,000
Linear extension coefficient, $\alpha \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	9–12	9–12	13–15
Density, t/m ³	1.9	1.9	7.85
Diameter, mm	4–20	4–20	6–80
Corrosion resistance to aggressive environments	Stainless material of the first group of chemical resistance	Stainless material of the first group of chemical resistance	Collapses with the release of corrosion products
Heat conductivity	Thermally conductive	Thermally conductive	Not-thermally conductive
Electric conductivity	Dialectic	Dialectic	Electrically conductive
Durability	At least 80 years	At least 80 years	In line with construction norms

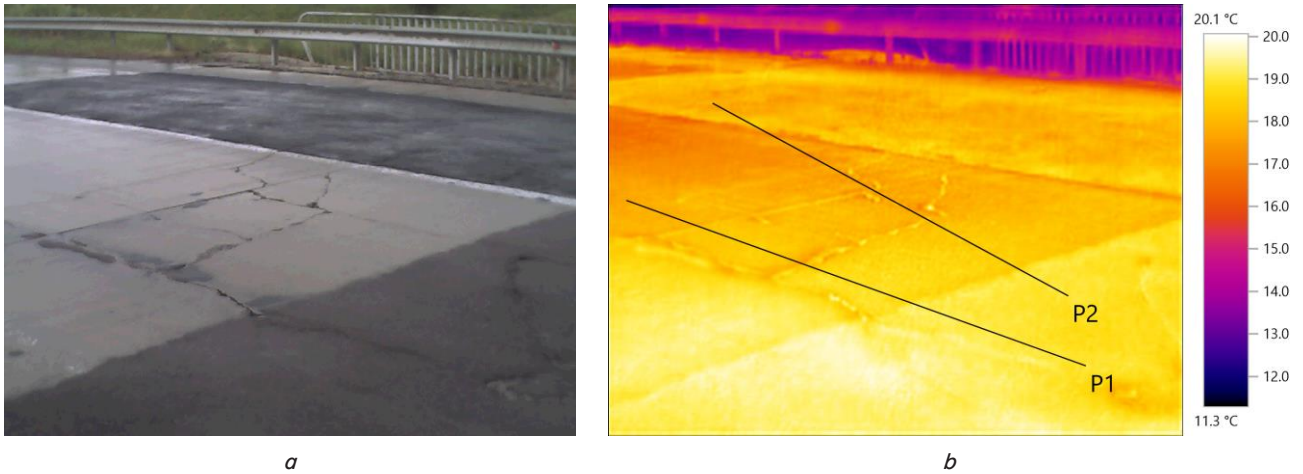


Fig. 2. General view of bridge slab destruction due to the detachment of the protective layer from metal reinforcement: *a* – the general appearance of cracks; *b* – the thermal-imaging study of destruction

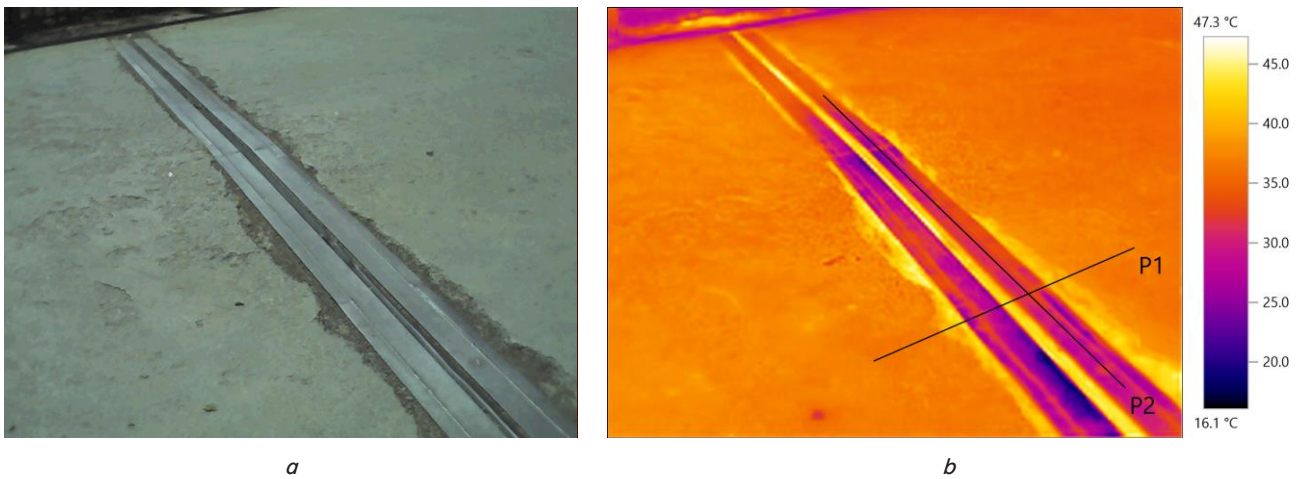


Fig. 3. General view of deformation joints on bridges: *a* – the general view of destruction; *b* – thermal-imaging examination

Along with the main characteristics important for transport infrastructure such as absolute corrosion resistance, FRP reinforcement has a number of other advantages. However, the disadvantage of basalt plastic reinforcement (BFRP) is the presence of characteristics that make it impossible to use it for bending bearing elements of transport structures. These include the FRP-reinforcement elasticity module, which is almost three times lower than the steel elasticity module, and unacceptably low fire resistance of the material (Table 1). This leads not only to excessive deflections but also to a sharp decrease in stresses in the calculations for crack resistance.

Figure 4 shows the ratio of stresses and deformations of different types of FRP composites made from solid glass fibers (GFRP), aramid (AFRP), carbon (CFRP), basalt (VFRP), or combinations of these materials (CFRP HS, CFRP HM), compared to steel. The “stress σ – strain ϵ ” diagram (Fig. 4) [18] reveals the fragile destruction of the structure reinforced by BFRP with a significant load on it. The facility does not signal its entry into the first boundary state and collapses sharply, which has been repeatedly confirmed experimentally in various studies. This is the main obstacle to the use of FRP reinforcement in bending bearing elements.

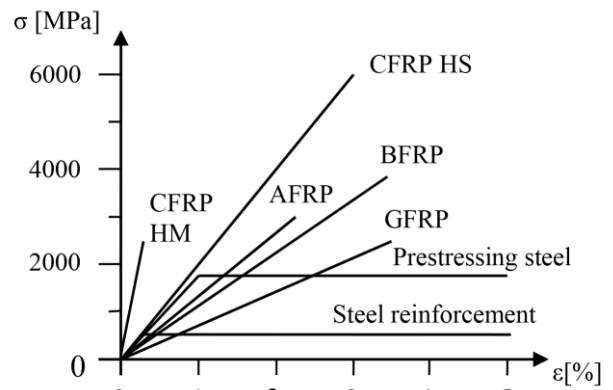


Fig. 4. The “stress σ – strain ϵ ” diagram for bars of different types of reinforcement [18]

The above comparative analysis gives reason to assert that, due to the low physical and mechanical characteristics of basalt plastic reinforcement – a module of elasticity and fire resistance, it cannot be used in structures of the consequence class SS2. The reason for the deviation of this reinforcement is that such structures work under the conditions of dynamic (cyclic) loads and the impact of a possible fire.

However, there is an obvious fundamental possibility of using basalt plastic reinforcement for a wide class of bearing structures of the consequence class SS1, such as slabs on an elastic base.

That is, the properties of FRP reinforcement are the better, the higher the fiber content that binds to the polymer. At the same time, excessive use of fiber in bars leads to the opposite effect due to the fact that the polymer binder cannot spread to all fibers and they do not begin to work together. The impact of this type of reinforcement on the stressed-strained state of bridge structures requires additional research.

5. 2. Investigating the practical use of composite materials as reinforcement for road surface on bridges

FRP reinforcement was used on hundreds of bridges in Canada and the United States. Those bridges were designed using the Canadian Road Design Code (CAN), or the AAS-HTO LRFD Bridge Design Guide [19].

Below are the results from research based on the project reported in [20]. The Sierrita de la Cruz Creek bridge (Fig. 5) is located 25 miles northwest of Amarillo, Texas. It was built in 2000 to replace the original bridge, which was structurally faulty, and had significant damage caused by corrosion of steel reinforcement. It is the first bridge in the state of Texas to introduce FRP reinforcement as a structural solution to increase the durability of the structure. The bridge operates under the following environmental conditions: the thermal range is from 22 to 95 °F (-6 to +35 °C); the cycles are “wet-dry”, as well as the cycles “freezing-thawing”; exposure to salt against icing. FRP reinforcement was applied in the upper reinforcement grid in two spans of concrete fabric. The removal of concrete cylindrical samples took place in May 2015 in order to analyze the physical and mechanical properties of reinforcement (Table 2).

Concrete cylindrical samples were used to perform pH and carbonation depth measurements to characterize the chemical environment in concrete. In addition, microscopic studies of FRP samples and mechanical tests were carried out to monitor possible changes in the microstructure and mechanical properties. In particular, scanning electron microscopy (SEM), energy-dispersion X-ray spectroscopy (EPC), interlayer shear, vitreous transition temperature (Tg), and fiber content. The results of the interlayer shear test and fiber content measurement were compared with the results of similar tests performed in 2000 at the time of construction. Since no historical data were available for EPC and Tg analyses, these tests were carried out on FRP-bars manufactured in 2015 by the same manufacturer to serve as a benchmark for comparison (Table 3).

Components of FRP bars made in 2000 and 2015 [21]

Diameter (mm)	Year of production	Fiber	Resin		Additive and filler	Catalyst
			Type	Formulation		
1	2	3	4	5	6	7
16	2000	E-glass	Vinyl ester	Ashland Heteron 922 (90 %), 8722 (10 %)	Styrene, ASP 400, BYK A555 and colloidal silicon dioxide	P16 and TBPB
18	2000	E-glass	Vinyl ester	Ashland Heteron 922 (70 %), 8722 (30 %)	Styrene, ASP 400, BYK A555 and colloidal silicon dioxide	P16 and TBPB
16	2015	E-CR glass	Vinyl ester	VEX 10-962 CoRezyn	Styrene and ASP 400	BPO

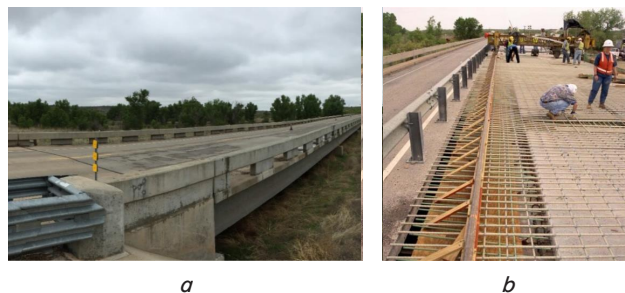


Fig. 5. Sierrita de la Cruz Creek bridge, Amarillo, Texas: a – general view as of 2015; b – composite reinforcement arrangement for road surface [20]

Table 3

Results of horizontal shear test performed for new FRP bars of different sizes in 2015

Simple type	Span length (m)	Rated diameter (mm)	Sample No.	Breaking load		Interlayer shear strength	
				Mean (N)	Variance factor (%)	Mean (MPa)	Variance factor (%)
FRP No. 4	1.5	14	5	8,838	2.4	46.6	2.4
FRP No. 5	1.875	16	5	12,390	2.5	41.8	2.5
FRP No. 6	2.25	18	5	20,493	3.6	47.98	3.6

The results of the horizontal shear test of the taken reinforcement samples confirm that FRP materials retained their microstructural integrity and mechanical properties after 15 years of operation in the field. The microscopic study did not detect the destruction of FRP reinforcement. The fibers did not lose any area of the cross-section, the matrix was intact, and there was no damage on the fiber-matrix boundary surface. In addition, the boundary surface between the concrete and FRP reinforcement was in good condition; there was no loss of intersurface bonds.

5. 3. Devising a method for determining the components of the stressed-strained state of the system “roadbed – slab”

The road surface of bridges is a layered structure on an elastic base, which can be attributed to the class of piecewise-heterogeneous systems. A distinctive feature of such systems is the joint operation of the road surface with the slab and the span structure of the bridge. However, it is not always possible to determine which part of the structural element of the bridge can be attributed to a particular layer.

Table 2

Thus, there is a need to solve the problem of calculating the system “roadbed – slab” of a bridge roadway, which consists of layers with different physical and mechanical characteristics. This problem can be solved with the help of the method of analysis of components of the stressed-strained state, which is based on the estimation dependences from the theory of bending layered structures and elasticity theory to assess the strength of structural materials [14].

The method of determining the stressed-strained state of a bridge roadbed structure should be represented in the form of a model that provides for four variants of estimation schemes of the structure (Fig. 6).

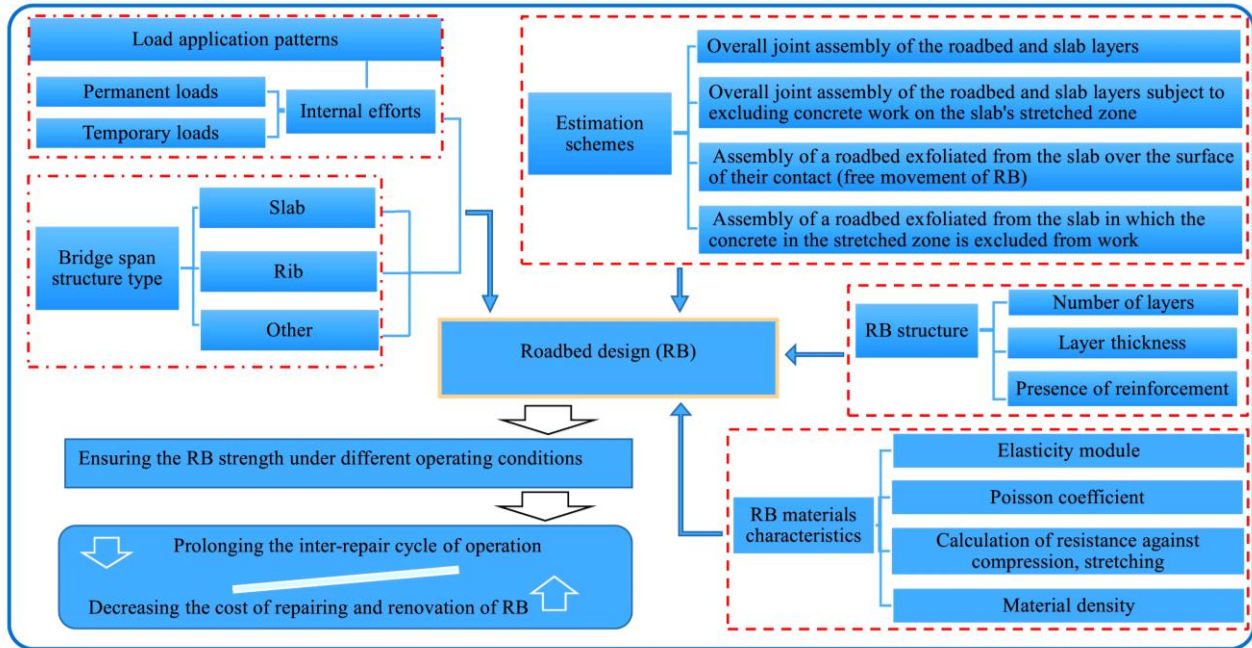


Fig. 6. Model to calculate a roadbed reinforced with composite materials

The work of a roadbed in a joint assembly with the structure of the bridge’s span structure in the elastic stage and detached from the slab on the surface of its contact is analyzed.

To analyze the stressed-strained state of the composite slab of a bridge roadway on metal span structures, it is advisable to use a finite-element method underlying most computational software packages. The system “roadbed – slab” of a bridge roadway is discrete, which creates preconditions for its simulation by the finite elements of the shell of zero curvature [22].

The system “roadbed – slab” of a bridge roadway is determined by the finite-element scheme of nodes in increments a (Fig. 7).

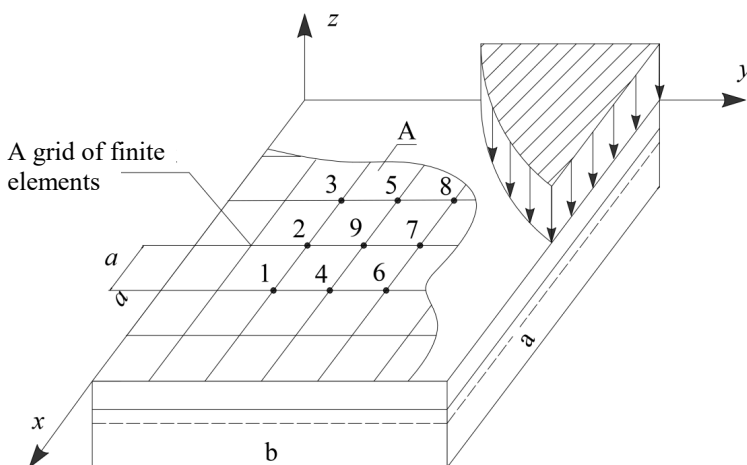


Fig. 7. The finite-element diagram of nodes in the “roadbed – slab” system of a bridge roadway

According to [23], it is necessary to determine the refined deflections at the points of the system “roadbed – slab” of a bridge roadway:

$$w_{acc} = \frac{q}{D_{g1}\Delta^2} - \frac{D_{gs}}{D_{g1}} \left(\frac{M_x + M_y}{D_{g1}(1 + v_{el})} \right), \quad (1)$$

where q is the normal load on the outer surface of the system layer;

D_{g1} is the cylindrical rigidity of layer assembly, $g \in [1, 2]$;

D_{gs} is the rigidity of interaction between the bending and shear of an assembly of layers, $g \in [1, 2]$, $s \in [1-3]$;

Δ is the Laplace operator;

M_x and M_y are the values of moments in the slab, derived from calculating the spatial system;

v_{el} is the reduced Poisson coefficient.

The rigidity of the interchangeable bending and shear of the layer assembly is determined from the formula:

$$D_{gs} = \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_{0n} \cdot \vartheta_{gn}(z) \cdot \vartheta_{sn}(z) dz, \quad (2)$$

where h_n is the thickness of layer n in the “roadbed – slab” system; E_{0n} is the reduced elasticity module for layer n ; $\vartheta_{gn}(z)$, $\vartheta_{sn}(z)$ are the specified functions of the distribution of displacements by the direction of vectors.

The reduced elasticity module for layer n is determined from the formula:

$$E_{0n} = \frac{E_n}{1 - v_n^2}, \quad (3)$$

where v_n is the Poisson coefficient of layer n .

The cylindrical rigidity of the layer assembly is determined from the formula:

$$D_{g1} = \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_{0n} \cdot \vartheta_{1n}^2(z) dz + \frac{B_g^2}{B}, \quad (4)$$

where B_g , B are the coefficients that are the generalized physical and geometric characteristics of an assembly of layers.

The function $\vartheta_{gn}(z)$ of the distribution of displacements by vector directions is as follows:

$$\vartheta_{gk}(z) = - \int_{h_{n-1}}^z \frac{1}{G'_n} \left[\int_{h_{n-1}}^z E_{0n} z dz + \sum_{r=1}^{n-1} \int_{h_{r-1}}^{h_r} E_{0r} z dz \right] dz + c_p - c_n, \quad (5)$$

where G'_n is the shear module for the transversal direction;
 E_{0r} is the reduced elasticity module for layers $r \in [1; n-1]$;
 c_p, c_n are the integration constants.

Based on the results of several iterations, one can obtain integration constants from the conditions of contact of layers in the assembly:

$$\begin{aligned} c_p &= \frac{1}{2G'_p} \left[\frac{2E_{0p}}{3} h_{p-1}^3 - \sum_{r=1}^{p-1} E_{0r} (h_r^2 - h_{r-1}^2) h_{p-1} \right] + \\ &+ \sum_{r=1}^{p-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{h_r^3}{3} - h_{r-1}^2 \cdot h_r + \frac{2}{3} \cdot h_{r-1}^3 \right] + \\ &+ \sum_{r=1}^{p-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (h_s^2 - h_{s-1}^2) \cdot (h_r - h_{r-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

where G'_p is the shear module for the transverse direction of layer p ;

E_{0p} is the reduced elasticity module for layer n ;

$$\begin{aligned} c_n &= \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{h_r^3}{3} - h_{r-1}^2 \cdot h_r + \frac{2}{3} \cdot h_{r-1}^3 \right] + \\ &+ \sum_{r=1}^{n-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (h_s^2 - h_{s-1}^2) \cdot (h_r - h_{r-1}), \end{aligned} \quad (7)$$

where G'_r is the shear module for the transverse direction for layers $r \in [1; n-1]$.

In its final form, the $\vartheta_{gn}(z)$ function takes the form:

$$\begin{aligned} \vartheta_{gn}(z) &= - \frac{E_{0n}}{2G'_n} \left[\frac{z^3}{3} - h_{n-1}^2 \cdot z + \frac{2 \cdot h_{n-1}^3}{3} \right] - \\ &- \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \cdot (h_r^2 - h_{r-1}^2) \cdot (z - h_{n-1}) + c_p - c_n. \end{aligned} \quad (8)$$

The components of the stress tensor are determined taking into consideration the derivatives from the found deflection functions w_{acc} in the nodes of the estimation scheme of the system "roadbed – slab" of a bridge roadway:

$$\begin{cases} \sigma_{11}^{(n)}(z) = E_{0n} \left[(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \nu_n) + (\eta_{11}^{(s)} + \eta_{22}^{(s)} \nu_n) \vartheta_{sn}(z) \right], \\ \sigma_{22}^{(n)}(z) = E_{0n} \left[(\varepsilon_{11} \nu_n + \varepsilon_{22}) + (\eta_{11}^{(s)} \nu_n + \eta_{22}^{(s)}) \vartheta_{sn}(z) \right], \\ \sigma_{12}^{(n)}(z) = E_{0n} (1 - \nu_n) \cdot (\varepsilon_{12} + \eta_{12}^{(s)}) \cdot \vartheta_{sn}(z), \end{cases} \quad (9)$$

where ε, η are the deformations of the coordinate surface.

In a general case, the expression for transverse tangent stresses at $g=1,2$ is defined as follows:

$$\sigma_{g3}^{(n)}(z) = \xi_{t,g} f_{tn}(z), \quad (10)$$

where $\xi_{t,g}$ is the shear function, $t \in [1, 2, 3]$;

$f_{tn}(z)$ is the function of the distribution of tangent stresses along the normal.

The function of the distribution of tangent stresses along the normal $f_{tn}(z)$ is determined from the following formula:

$$\begin{aligned} f_{tn}(z) &= \left(\int_{h_{n-1}}^z E_{0n} z dz + \sum_{r=1}^{n-1} \int_{h_{r-1}}^{h_r} E_{0r} z dz \right) = \\ &= \frac{E_{0n}}{2} (z^2 - h_{n-1}^2) + \sum_{r=1}^{n-1} \frac{E_{0r}}{2} \cdot (h_r^2 - h_{r-1}^2). \end{aligned} \quad (11)$$

Deformations of the coordinate surface (ε, η) are determined by the finite difference method:

$$\varepsilon_{11} = -w'_{11} = - \frac{w_5 - 2w_9 + w_4}{\alpha^2}, \quad (12)$$

where w is the normal movement of the coordinate surface.

$$\varepsilon_{12} = -w'_{12} = - \frac{(w_8 + w_1) - (w_6 + w_3)}{4\alpha^2}. \quad (13)$$

$$\varepsilon_{22} = -w'_{22} = - \frac{w_7 - 2w_9 + w_2}{\alpha^2}. \quad (14)$$

$$\eta_{11}^{(s)} = -\xi'_{11} = - \frac{\xi_5 - 2\xi_9 + \xi_4}{\alpha^2}. \quad (15)$$

$$\eta_{12}^{(s)} = -\xi'_{12} = - \frac{(\xi_8 + \xi_1) - (\xi_6 + \xi_3)}{4\alpha^2}. \quad (16)$$

$$\eta_{22}^{(s)} = -\xi'_{22} = - \frac{\xi_7 - 2\xi_9 + \xi_2}{\alpha^2}. \quad (17)$$

The displacement and shear functions' derivatives are indicated by a bar.

The next step in the calculation is to determine the main stresses $\sigma_{h1}, \sigma_{h2}, \sigma_{h3}$, which are the roots of the cubic equation [24]:

$$\sigma_h^3 - I_1 \sigma_h^2 + I_2 \sigma_h - I_3 = 0, \quad (18)$$

where I_1, I_2, I_3 are the coefficients of the cubic equation, the so-called stress invariants.

The coefficients in formula (18) are determined from the system of equations:

$$\begin{cases} I_1 = |\sigma_{11} + \sigma_{22}|, \\ I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}, \\ I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (19)$$

The strength of the reinforcement is estimated according to theory IV:

$$\begin{aligned} \sigma_{eq}^{IV} &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{h1} - \sigma_{h2})^2 + (\sigma_{h2} - \sigma_{h3})^2 + (\sigma_{h3} - \sigma_{h1})^2} \leq R'_p, \end{aligned} \quad (20)$$

where R_p' is the calculated resistance of the material, which is determined from the expression:

$$R_p' = R_p \cdot m \cdot \beta, \tag{21}$$

where R_p is the material's resistance; β is a coefficient that takes into consideration the reliability of the structure; m is the coefficient that takes into consideration working conditions.

The method of determining the stressed-strained state of the system "roadbed – slab" of a bridge roadway is two-dimensional in terms of its mathematical base since all the desired functions are determined by the functions of the coordinate surface. Thus, the applied method makes it possible to reduce the three-dimensional problem from elasticity theory to two-dimensional.

Next, the strength of materials in each layer of the roadbed of a bridge is tested.

5. 4. Determining the components of the stressed-strained state of a bridge roadbed structure

The vast majority of road surfaces on bridges are built using an asphalt-concrete coating, the bearing capacity of which is no more than 115 kN (11.5 tons) per axle, and the total elasticity module is up to 300 MPa. Load from 13 tons per axle requires an increase in the total elasticity module to 390–400 MPa. Stress in the layers of a road surface during overload can reach 7.0–7.5 MPa, which is 2.5–3.0 times higher than the limits of strength and shear resistance of standard asphalt concrete. To address this issue, it is proposed to use specialized technical solutions [25] such as the use of a cement-concrete coating, including composite reinforcement.

To determine stress in the layers of a roadbed structure, two typical structures were considered (Fig. 8). The road surface is arranged on a reinforced concrete slab of a bridge roadway. In this case, the joint work of these two elements is considered.

We implemented the proposed method for determining the stressed-strained state of a bridge roadbed structure using the Mathcad software (USA); the calculation was performed for a cement-concrete coating with composite reinforcement. The span structure of the beam type in the transverse direction consists of 4 freely supported beams. The slabs are designed using the concrete of class B35.

As a result of the calculation, we derived the dependences of the distribution of normal and equivalent stresses for the height of a roadbed (Fig. 9–11).

The results of the derived stresses according to the proposed method on the upper and lower surfaces of a bridge's roadbed layers are summarized in Table 4.

Our results indicate that the strength at the bottom of a roadbed with free movement is close to the limit when strengthening it at the top. This demonstrates that for the effective operation of the structure, a roadbed must be arranged taking into consideration its work in a joint assembly with a slab.

In order to test the proposed method, a bridge structure was simulated in the ANSYS software package. For modeling, the integrated element Solid65 was selected to construct the concrete beams of the span structure and a slab. The internal reinforcement of the bridge's span slab was simulated using the Link180 integrated element (Fig. 12) [26].

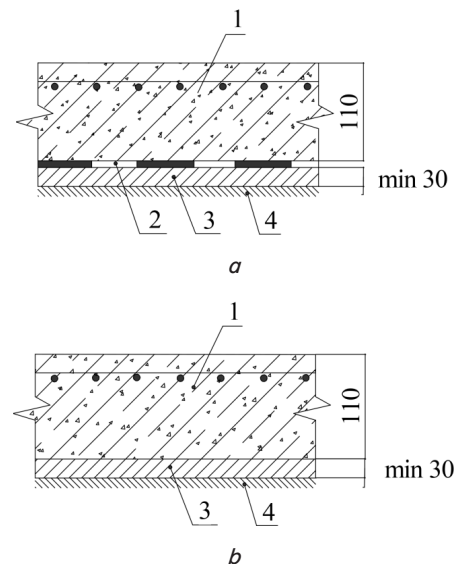


Fig. 8. Structure of a roadbed on the reinforced concrete slab: 1 – cement-concrete coating; 2 – waterproofing; 3 – aligning layer; 4 – bridge roadway slab: a – with waterproofing; b – without waterproofing

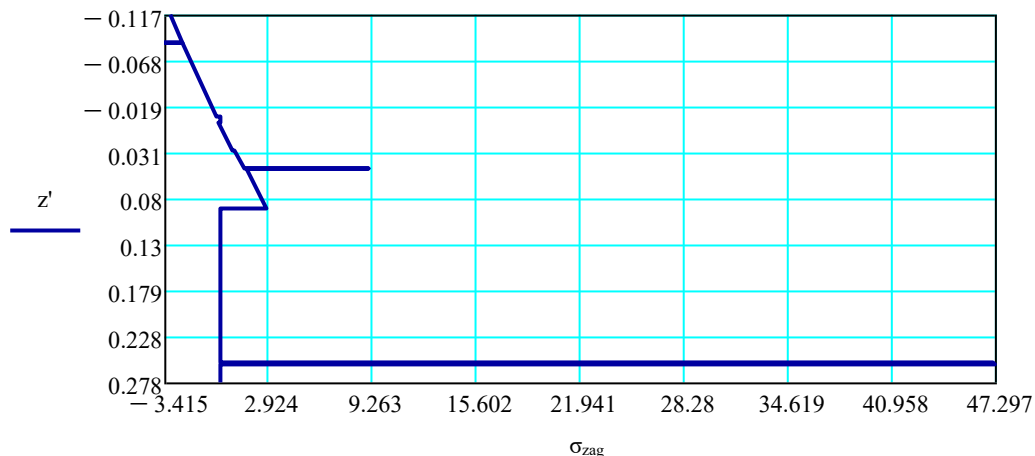


Fig. 9. The nature of the distribution of normal stresses in the structure of a roadbed in the joint assembly with a slab

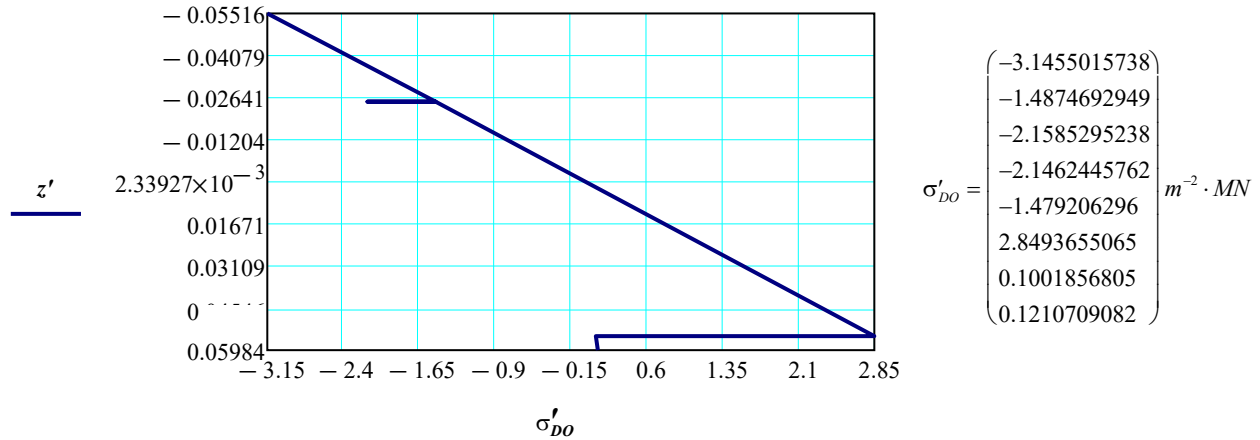


Fig. 10. The nature of the distribution of normal stresses in the structure of a roadbed with free movement

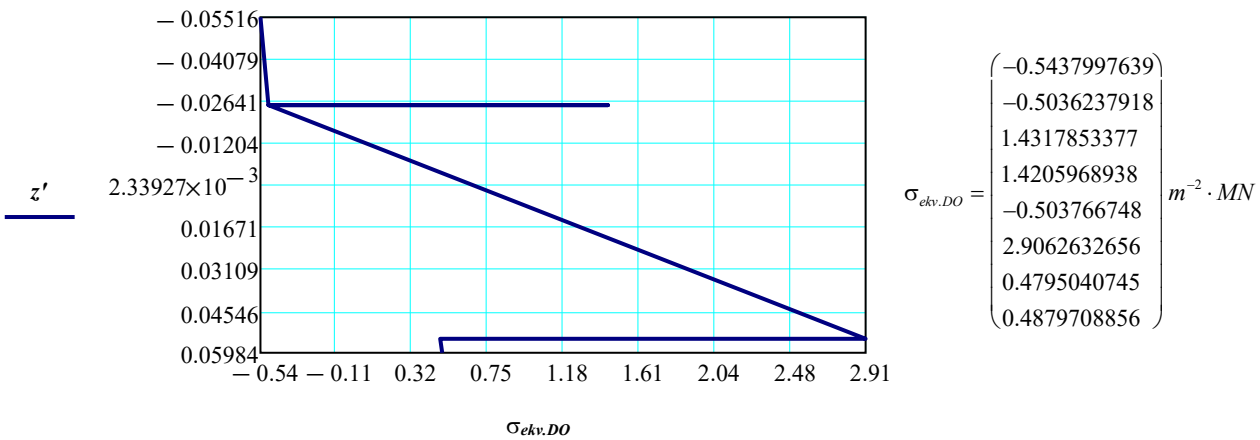


Fig. 11. The nature of the distribution of refined equivalent stresses in the structure of a roadbed with free movement

Table 4

Results of calculating the cement-concrete roadbed with BFRP reinforcement

Roadbed structure, layer characteristics		Estimation resistance to stretching R_p , MPa	Equivalent stresses in layers, MPa			
			Roadbed in a joint assembly with a slab		Free-moving roadbed	
			Layer top	Layer bottom	Layer top	Layer bottom
Cement-concrete, $h_1=3$ cm, $E_1=30,000$ MPa		3.0	-0.544	-0.377	-0.544	-0.504
Reinforcement $d=0.4$ cm, $h_2=0.01508$ cm	Steel	265	13.950	13.926	8.364	8,311
	BFRP	600	2.697	2.693	1.432	1,421
Ratio, times		-	5.17	5.17	5.84	5.85
Cement-concrete, $h_3=7.98492$ cm, $E_3=30,000$ MPa		3.0	-0.377	-0.201	-0.504	2.906
Waterproofing, $h_4=0.5$ cm, $E_4=2,000$ MPa		1.3	-	-	0.479	0.488

Comparing the results of calculations according to the proposed method and when using the ANSYS software

package reveals that the stresses that occur in a roadbed have a ratio of 1.13, which proves the reliability of the mathematical values obtained.

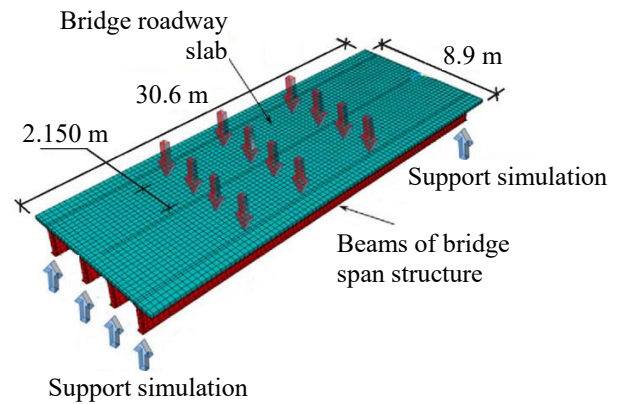


Fig. 12. Example of the simulated actual bridge using FRP-reinforcement [26]

6. Discussion of results of validating the method for determining the stressed-strained state of a bridge roadbed structure

Our study of the state of coatings of motor road bridges (Fig. 1–3) has made it possible to define the problems of ensuring the durability of structures, which are mostly

related to the corrosion processes in metal reinforcement. To address this issue, it is proposed to use composite FRP-reinforcement, which has the best strength characteristics and is resistant to aggressive media (Table 1, Fig. 4).

Analysis of the practical application under actual conditions of FRP-reinforcement confirms that FRP-materials retain their microstructural integrity and mechanical properties after the long-term operation (Table 3). This proves that FRP reinforcement can be used as a reinforcement material in the roadbed of bridges.

An engineering method has been devised for determining the components of the stressed-strained state of the system “roadbed – slab” reinforced with BFRP (Fig. 6). Unlike traditional methods [14, 22, 24] in which the task of estimating the stressed-strained state is resolved on the basis of universal theoretical models, the devised calculation method makes it possible to take into consideration its work in a joint assembly of the structure with a slab. In addition, according to a given method, it is possible to determine the operation of a separately exfoliated roadbed from the slab of a bridge’s span structure. When developing the calculation method, the estimation dependences from the theory of bending layered structures (1) were taken into consideration, as well as the refined transverse normal stresses due to layer compression were used. The transverse tangent stresses (10) were determined taking into consideration the deformations of shear. To assess the strength of structural materials, the dependences from elasticity theory (20), (21) and the features of composite materials (Table 1) included in the layered structures of span structures and roadbeds were used.

Our mathematical experiment, using an example of the bridge’s span structure reinforced with both steel and BFRP, demonstrated a ≈ 1.4 -time discrepancy between the classical approach to the calculation and the method devised. The results of analyzing the established deflections confirm the expediency of taking into consideration the deformations of the shear of the slabs of bridges’ span structures.

The equivalent stresses at the top of a layer of a cement-concrete roadbed without reinforcement when working together with a slab reach the maximum permissible values of about 3.0 MPa, which indicates its operation on the verge of its strength. To ensure strength and performance, reinforcement of the upper layer of a roadbed is advisable.

A hard roadbed with a composite BFRP reinforcement, which works in full contact with the slab (as a solid structure), undergoes 10-time less equivalent stresses in layers than free-motion coatings (Fig. 9–11, Table 4).

The method devised was tested for adequacy with the help of calculations in the ANSYS software package. Based on the results of specified deformations in the calculation according to the developed method and the calculation involving the ANSYS software suite for a slab reinforced with metal rebars, the discrepancy between the ratio of the deflection was 1.07 (Fig. 12). The resulting discrepancy is within the permissible error and indicates the adequacy of the proposed method for calculating reinforced concrete structural elements.

The special features of our calculation could be used in the design of a roadbed for new bridges, for the overhaul or reconstruction of existing ones.

The limitations in the use of a given method are that during the calculations the effect of temperature changes on

the stressed-strained state of the structure is not taken into consideration.

Further studies into the stressed-strained state of the roadbed of bridges should be carried out towards refining the stresses, taking into consideration the effects of temperature changes on the stressed-strained state of the structure.

7. Conclusions

1. The main disadvantage of functioning structures is corrosion processes in metal rebars. Our visual, thermal-imaging, and instrument-based studies revealed issues related to the destruction of a cement-concrete coating and the exfoliation of a protective layer of metal reinforcement in the roadway slabs due to the overload on the bridges’ span structures. It was established that an effective solution to the specified problems is the use of composite FRP reinforcement. The main advantage of non-metal reinforcement is that its strength at stretching is 2–3 times higher than that of steel while the coefficient of linear expansion is 1.25 times lower. The specific weight of FRP reinforcement is 4 times less, which increases the bearing capacity of the structure in general.

2. It was found that the FRP materials used as reinforcement retained their microstructural integrity and mechanical properties after a long-term operation of the bridge. Additionally, it was established that the intersurface bonds between the concrete and FRP reinforcement were in satisfactory condition. These conclusions are a prerequisite for ensuring the strength characteristics of a structure during its long-term operation. This is justified by the fact that due to the resistance to aggressive environments, the main disadvantages of using metal reinforcement are excluded, which leads to an increase in the operational life of bridges by 1.2 times.

3. The devised method for determining the components of the stressed-strained state of the system “roadbed – slab” makes it possible to take into consideration the work of a roadbed both in a joint assembly of the structure with a slab and separately – when it is exfoliated from the slab of the bridge’s span structure. A given method was tested in a numerical experiment, which confirmed the need to use composite reinforcement in the upper layers of the road surface on bridges to ensure the strength of the structure. Based on the results of our study, the discrepancy between the values of deflections of 1.4 times was established between the classical approach to the calculation and the developed method.

4. The determined equivalent stresses in the lower layer of a roadbed with free movement were 2.91 MPa; when working in a joint assembly with a slab, they took a negative value (–0.2 MPa). It was established that the values of equivalent stresses were within the permissible limits. In addition, from a practical point of view, it has been proven that the devised method makes it possible to obtain refined stresses in the layers of the “roadbed – slab” system. The adequacy of the calculation results was proven by comparing the obtained data with the structure simulated in the ANSYS software package. It was established that the discrepancy in the stresses of the structural layers was 1.04, which confirms the reliability of our results.

References

1. Hameliak, I. P., Tsybul'skyi, V. M., Kharchenko, A. M. (2021). Rozvytok metodiv otsinky napruzhenno-deformovanoho stanu armovanoho zhorstkoho dorozhnoho odiahu. Technical sciences: the analysis of trends and development prospects, 98–100. doi: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-109-1-23>
2. Urbanski, M., Lapko, A., Garbacz, A. (2013). Investigation on Concrete Beams Reinforced with Basalt Rebars as an Effective Alternative of Conventional R/C Structures. *Procedia Engineering*, 57, 1183–1191. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.149>
3. Prachasaree, W., Limkatanyu, S., Kaewjuea, W., GangaRao, H. V. S. (2019). Simplified Buckling-Strength Determination of Pultruded FRP Structural Beams. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 24 (2), 04018036. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000405](https://doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000405)
4. Sun, R., Perera, R., Gu, J., Wang, Y. (2021). A Simplified Approach for Evaluating the Flexural Response of Concrete Beams Reinforced With FRP Bars. *Frontiers in Materials*, 8. doi: <https://doi.org/10.3389/fmats.2021.765058>
5. Chen, A., Davalos, J. F. (2014). Design Equations and Example for FRP Deck–Steel Girder Bridge System. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 19 (2), 04014003. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000173](https://doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000173)
6. Mohamed, K., Benmokrane, B., Nazair, C., Loranger, M.-A. (2021). Development and Validation of a Testing Procedure for Determining Tensile Strength of Bent GFRP Reinforcing Bars. *Journal of Composites for Construction*, 25 (2), 04020087. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0001102](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0001102)
7. Ng, P. L., Barros, J. A. O., Kaklauskas, G., Lam, J. Y. K. (2020). Deformation analysis of fibre-reinforced polymer reinforced concrete beams by tension-stiffening approach. *Composite Structures*, 234, 111664. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111664>
8. Al-Rubaye, M., Manalo, A., Alajarmeh, O., Ferdous, W., Lokuge, W., Benmokrane, B., Edo, A. (2020). Flexural behaviour of concrete slabs reinforced with GFRP bars and hollow composite reinforcing systems. *Composite Structures*, 236, 111836. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111836>
9. Holden, K. M., Pantelides, C. P., Reaveley, L. D. (2014). Bridge Constructed with GFRP-Reinforced Precast Concrete Deck Panels: Case Study. *Journal of Bridge Engineering*, 19 (5), 05014001. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)be.1943-5592.0000589](https://doi.org/10.1061/(asce)be.1943-5592.0000589)
10. Yost, J. R., Steffen, R. E. (2014). Strength and Ductility Trends for Concrete Members Strengthened in Flexure with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement. *Journal of Composites for Construction*, 18 (6), 04014015. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)cc.1943-5614.0000460](https://doi.org/10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000460)
11. Wu, G., Wang, X., Wu, Z., Dong, Z., Zhang, G. (2014). Durability of basalt fibers and composites in corrosive environments. *Journal of Composite Materials*, 49 (7), 873–887. doi: <https://doi.org/10.1177/0021998314526628>
12. Valovoi, O. I., Yeromenko, O. Yu., Valovoi, M. O. (2017). Kharakterystyky mitsnosti ta zhorstkosti balok armovanykh bazaltovoiu armaturoiu. *Visnyk Kryvorizkoho natsionalnoho universytetu*, 44, 142–146.
13. Karpiuk, V., Tselikova, A., Khudobych, A., Karpiuk, I., Kostyuk, A. (2020). Study of strength, deformability property and crack resistance of beams with BFRP. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (106)), 42–53. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209378>
14. Piskunov, V. G., Verizhenko, V. E., Prisyazhnyuk, V. K., Siptetov, V. S., Karpilovskiy, V. S. (1987). Raschet neodnorodnykh obolochek i plastin metodom konechnykh elementov. Kyiv: Vischa shkola, 200.
15. Gucunski, N., Maher, A., Basily, B., La, H., Lim, R., Parvardeh H., Kee, S.-H. (2013). Robotic platform robot for condition assessment of concrete bridge decks using multiple nde technologies. *HDKBR INFO Magazin*, 3 (4), 5–12. Available at: <https://hrcak.srce.hr/148772>
16. Gheitsi, A., Harris, D. K. (2014). Effect of Deck Deterioration on Overall System Behavior, Resilience and Remaining Life of Composite Steel Girder Bridges. *Structures Congress 2014*. doi: <https://doi.org/10.1061/9780784413357.056>
17. Gameliak, I. P., Koval, T. I. (2017). Improvement of methods for fatigue of the concrete element sections, reinforced non-metallic composite basalt rebar. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo*, 99, 184–201. Available at: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/99/184-201.pdf
18. Sonnenschein, R., Gajdosova, K., Holly, I. (2016). FRP Composites and their Using in the Construction of Bridges. *Procedia Engineering*, 161, 477–482. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.665>
19. Mingchao, W., Zuoguang, Z., Yubin, L., Min, L., Zhijie, S. (2008). Chemical Durability and Mechanical Properties of Alkali-proof Basalt Fiber and its Reinforced Epoxy Composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 27 (4), 393–407. doi: <https://doi.org/10.1177/0731684407084119>
20. Gooranorimi, O., Bradberry, T., Dauer, E., Myers, J., Nanni, A. (2016). FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. RE-CAST: Research on Concrete Applications For Sustainable Transportation. Available at: https://www.researchgate.net/publication/310843748_FRP_Reinforcement_for_Concrete_Performance_Assessment_and_New_Construction_Volume_I_Sierrita_De_La_Cruz_Creek_Bridge
21. HBN V.2.3-37641918-577:2016. Avtomobilni dorohy. Dorozhnyi odiah zhorstkyyi. Proektuvannia.
22. Varvak, P. M., Buzun, I. M., Gorodetskiy, A. S. et. al. (1981). Metod konechnykh elementov. Kyiv: Vischa shkola, 176.
23. Kanin, A. P., Hrynevyskiy, B. V., Tsybul'skyi, V. M. (2018). Improvement of non-classical calculation model of strength of composite beam-plate structure of road bridges. *Automobile roads and road construction*, 104, 82–85. Available at: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/104/82.pdf
24. Vekua, I. N. (1955). Ob odnom metode rascheta prizmaticheskikh obolochek. *Tr. Tbilis. mat. in-ta*, 21, 191–195.
25. TU U V.2.7-25.2-21191464-024:2011. Armatura kompozytna «Ekibar» dlia armuvannia konstruktsiy z betonu. Tekhnichni umovy.
26. Tsybul'skyi, V. M. (2021). Udoskonalennia metodu rozrakhunku zhorstkoho dorozhnoho odiahu mostiv z kompozytnoiu armaturoiu. Kyiv: Natsionalnyi transportnyi un-t, 22. Available at: http://diser.ntu.edu.ua/Tsybul'skyi_aref.pdf